دانشگاه صنعتی سهند

نشریه سامانه‌های غیرخطی در مهندسی برق

دوره ۴- شماره های ۱ و ۲

تابستان و زمستان ۱۳۹۶

صفحه ۶۳ الی ۷۷

ISSN: 2322-3146

http://jnsee.sut.ac.ir

طراحی خلبان خودکار با استفاده از کنترل مد لغزشی مرتبه کسری هموار

پیمان احمدی[۱]، احمدرضا ولی[۲] و وحید بهنام‌گل[۳]

[۱] کارشناسی ارشد، دانشکده کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، peyman.ahmadi.1366@gmail.com

[۲] **نویسنده مسئول**، دانشیار، دانشکده کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، ar.vali@aut.ac.ir

[۳] دانشجوی دکتری، دانشکده کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، vahid_behnamgol@mut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۵/۱ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۴/۱۱/۱۴)

چکیده

در این مقاله برای طراحی خلبان خودکار یک جسم پرنده از کنترل مد لغزشی مرتبه کسری استفاده شده است. این تئوری با هدف کاهش اثرات نامطلوب پدیده زیگزاک و هموارتر شدن سیگنال کنترلی در روش مد لغزشی مورد استفاده قرار گرفته است.کنترل مرتبه کسری از مشتق‌گیر و انتگرال‌گیر مرتبه کسری برای بهبود همگرایی در روش‌های کنترل مرتبه صحیح استفاده می‌کند. ساختار سطح لغزش و قانون کنترل مد لغزشی به نحوی تعیین می‌شود که ضمن کاهش اثرات نامطلوب پدیده زیگزاک، پایداری سیستم حلقه‌بسته نیز تضمین شود. با استفاده از این الگوریتم، یک خودخلبان مقاوم در برابر نامعینی ضرایب آیرودینامیکی، برای مدل یک جسم پرنده طراحی می‌شود و سپس پایداری سیستم حلقه‌بسته حاصل با استفاده از تئوری پایداری لیاپانوف اثبات می‌گردد. خلبان خودکار طراحی شده توسط روش پیشنهادی، به مدل دینامیکی جسم پرنده اعمال شده و نتایج شبیه‌سازی،کاهش پدیده زیگزاک روش پیشنهادی نسبت به معادل مرتبه صحیح آن را نشان می‌دهد.

واژه های کلیدی

کنترل مرتبه کسری،

کنترل مد لغزشی،

پدیده زیگزاک،

خلبان خودکار.

[Downloaded from journals.sut.ac.ir on 2024-04-24]

[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.3.4]

Sahand University of Technology

Journal of Nonlinear Systems in Electrical Engineering
Vol.4, No.1 and 2,
Summer and Winter 1396
ISSN: 2322 – 3146
http://jnsee.sut.ac.ir

Autopilot Design Using Smooth Fractional Order Sliding Mode Control

Peyman Ahmadi[1], Ahmadreza Vali[2] and Vahid Behnamgol[3]

[1]M.Sc. in Electrical Engineering, Control Engineering Department, MalekAshtar University of Technology, peyman.ahmadi.1366@gmail.com

[2]**Corresponding Author,** Associate Prof., Control Engineering Department, MalekAshtar University of Technology, ar.vali@aut.ac.ir

[3]Ph.D. Candidate in Control Engineering, Control Engineering Department, MalekAshtar University of Technology, vahid_behnamgol@mut.ac.ir

ABSTRACT

In this paper, the fractional order sliding mode control is used to design an aircraft autopilot. This method aims at reducing the chattering phenomenon and has smoother control signal than conventional sliding mode. Fractional order control uses fractional integrator and derivative to improve integer order control methods. The sliding surface and sliding mode control law are proposed to reduce the chattering phenomenon, while the closed-loop stability is guaranteed. Using this algorithm, a robust autopilot against aerodynamic coefficients uncertainties is designed for an aircraft and the proposed control law is utilized to stabilize the closed loop system by the Lyapunov stability theorem. The proposed autopilot is applied to the aircraft model and our simulation results illustrate the reduction of chattering phenomenon.

Keywords

Fractional order control,
Sliding mode control,
Chattering phenomena,
Autopilot.

[Downloaded from journals.sut.ac.ir on 2024-04-24]

[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.3.4]

۱- مقدمه

کنترل مد لغزشی روش ساده و مقاومی برای سیستم‌های غیرخطی با خطاهای بزرگ در مدل‌سازی است، که بطور گسترده در طراحی کنترل‌کننده برای حلقه‌های هدایت و خودخلبان در کنترل اجسام پرنده مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱]. در مرجع [۲] روشی برای انتخاب بهینه سطح لغزش متغیر با زمان برای تقریب خطی بازگشتی از دینامیک‌های یک سیستم غیرخطی ارائه شده است. از این روش برای طراحی خلبان خودکار برای ردیابی بهینه شتاب هدف استفاده شده است. در [۳] روش کنترل مد لغزشی مراتب بالاتر برای طراحی خودخلبان مقاوم ارائه شده است. این طراحی با در نظر گرفتن مدل محرک و نامعینی‌های مدل، و بر اساس درجه نسبی سیستم غیرخطی انجام شده است. مسئله چند ورودی- چند خروجی با در نظر گرفتن چند سطح لغزش در [۴] مورد بررسی قرار گرفته است. این روش به مدل یک موشک اعمال شده است و هدف آن، حل مسئله تغییر دینامیک‌های موشک در مواجه با شرایط پروازی متفاوت در مانورهای شدید است. در [۵] مسئله خودخلبان- هدایت یکپارچه، با ترکیب دو حلقه، با استفاده از ترکیب روش‌های گام به عقب و مد لغزشی مرتبه بالا ارائه شده است. یک نمونه از طراحی قانون مد لغزشی برای کنترل یکپارچه خودخلبان و هدایت موشک در مرجع [۶] ارائه شده است. نمونه‌های دیگری از کنترل یکپارچه خودخلبان و هدایت موشک با روش مد لغزشی را می‌توان در مراجع [۷-۱۰] یافت. در این مراجع با روش‌های مختلفی به بهبود عملکرد کنترل مد لغزشی در کنترل یکپارچه خودخلبان و هدایت موشک پرداخته شده است. به عنوان نمونه در [۹] از الگوریتم کنترل مد لغزشی تطبیقی برای بهبود عملکرد استفاده شده است و نیز کنترل مد لغزشی مرتبه سوم در [۱۰] طراحی شده است. در[۱۱] شیوه جدیدی از ترکیب روش گام به عقب، کنترل مد لغزشی و رویتگر حالت ارائه شده و به مدل موشک اعمال شده است.

کنترل‌کننده مد لغزشی دارای مزایای زیادی از قبیل همگرایی سریع، مقاوم بودن در برابر اغتشاشات خارجی و عدم حساسیت در برابر خطاهای مدل و نامعینی‌هاست. اما این کنترل‌کننده دارای معایبی است و یکی از اساسی‌ترین مشکلات آن،عدم امکان پیاده‌سازی این نوع کنترل‌کننده به دلیل وجود پدیده زیگزاک در سیگنال کنترل آن است[۱۲].روش‌های بسیاری از قبیل روش لایه محدود توسط آتکین در سال ۱۹۹۲، روش مد لغزشی مرتبه بالا در سال ۱۹۹۸ و روش تخمین اغتشاش در سال ۲۰۰۳، برای هموارسازی سیگنال کنترل در روش مد لغزشی پیشنهاد شده است. این روش‌ها ضمن داشتن مزایای کاهش پدیده زیگزاک، دارای معایبی نیز می‌باشند [۱۲و۱۳]. به عنوان نمونه، در روش لایه محدود، از تابع اشباع به جای تابع علامت استفاده می‌شود. در این روش، شرایط مد لغزشی در خارج از محدوده کوچکی در اطراف سطح لغزش برقرار می‌شود، که باعث افزایش خطای حالت ماندگار می‌شود و پایداری کلی سیستم از دست می‌رود. در روش مد لغزشی مرتبه بالا ناپیوستگی کنترل در مشتقات مرتبه بالا نادیده گرفته می‌شود و روش تخمین اغتشاش نیز تنها برای اغتشاش‌های تضعیف شده قابل استفاده است [۱۲و۱۳]. لازم به ذکر است که در بسیاری از روش‌ها (مانند استفاده از تابع اشباع به جای تابع علامت)، تحلیل پایداری با وجود تابع علامت اثبات می‌شود و در عمل، پدیده زیگزاک با تغییر تابع علامت کاهش داده می‌شود، که باعث می‌شود تضمین پایداری کلی برای قانون مد لغزشی از بین برود.

در این مقاله، از تئوری کنترل مرتبه کسری برای حذف زیگزاک در کنترل مد لغزشی استفاده می‌گردد. محاسبات مرتبه کسری در سال‌های اخیر در مدل‌سازی بسیاری از پدیده‌های فیزیکی حقیقی مورد توجه واقع شده است. برای نمونه می‌توان به مرجع [۱۴] با موضوع معادلات انتشار موج و نیز مرجع [۱۵] در مورد معادلات دیفرانسیل T-cells در سیستم کامپیوتر اشاره کرد.

[Downloaded from journals.sut.ac.ir on 2024-04-24]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.3.4]

همچنین پس از آن، تعداد کاربردهای محاسبات کسری در موارد مختلف افزایش یافت[۱۶]. مطالعات بسیاری برای گسترش انواع مختلف روش‌های کنترل کلاسیک به مرتبه کسری صورت گرفته است. در سیستم‌های خطی و در حوزه فرکانس، کنترل‌کننده TID در مرجع [۱۷] و مشابه بهتر آن، کنترل‌کننده CRONE به سرعت گسترش یافتند[۱۸]. همچنین کنترل‌کننده PID مرتبه کسری در [۱۹] و کنترل‌کننده Lead-Lag مرتبه کسری در [۲۰] پیشنهاد شدند. کنترل‌کننده مد لغزشی مرتبه کسری نیز توسط کالدرون در سال ۲۰۰۶ [۲۱]، ال-خازلی در سال ۲۰۰۶ [۲۲]، افه در سال ۲۰۰۸ [۲۳]، تواضعی و حائری در سال ۲۰۰۸ [۲۴]، سی-آمور در سال ۲۰۰۹ [۲۵]، دادرس و مومنی در سال ۲۰۱۰ [۲۶]، پیسانو در سال ۲۰۱۰ [۲۷] و مجددا توسط پیسانو در سال ۲۰۱۱ و نیز دادرس در سال ۲۰۱۱ [۲۸ و ۲۹] گسترش یافته است. در بررسی ال-خازلی و تواضعی به منظم‌سازی سیستم‌های مرتبه کسری غیرخطی نامنظم توسط روش مد لغزشی پرداخته شده است. سی-آمور و پیسانو به تعریف سطح لغزش با انتگرال‌گیر مرتبه کسری پرداخته‌اند. کنترل‌کننده‌های مد لغزشی مرتبه بالا و رویتگرها توسط پیسانو گسترش یافتند. دادرس و مومنی در سال۲۰۱۰ به طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی با استفاده از تکنیکLMI پرداخته‌اند. پایداری سیستم حلقه‌بسته در کنترل مد لغزشی و با استفاده از معیار پایداری لیاپانوف توسط لی در سال ۲۰۰۹ و ساداتی در سال ۲۰۱۰ بررسی شده است [۳۰ و ۳۱]. برخی کاربردهای کنترل مد لغزشی مرتبه کسری را می‌توان در بررسی‌های کالدرون در سال ۲۰۰۶ در یک مبدل قدرت، افه در سال ۲۰۰۸ در یک بازوی ربات دو درجه آزادی یافت. طراحی رویتگرهای مد لغزشی مرتبه کسری را نیز می‌توان در مقالات دادرس و مومنی در سال ۲۰۱۱ و یونگ هاوا-گون در سال ۲۰۱۲ یافت. طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی مرتبه کسری برای سیستم‌های شدیدا آشوبناک در سال ۲۰۱۰ توسط بای انجام قرار گرفته است [۳۲].

اکثر مراجع، روش مد لغزشی مرتبه کسری را با هدف بهبود سرعت همگرایی پیشنهاد داده‌اند. اما در این روش‌ها پدیده زیگزاک همچنان وجود داشته و برای حذف آن از روش‌های متداول قبلی استفاده شده است. به عنوان مثال، مرجع [۳۳] به ارائه روشی زمان‌محدود، برای بهبود عملکرد مد لغزشی پرداخته و از تئوری مد لغزشی دینامیکی برای حذف پدیده زیگزاک استفاده کرده است.

ایده اصلی این مقاله، ارائه شکل جدیدی از قانون کنترلی مد لغزشی با کمک محاسبات مرتبه کسری برای داشتن عملکرد بهتر و کاهش اثرات نامطلوب پدیده زیگزاک با تنظیم اثر تابع علامت (به عنوان عامل ایجاد پدیده زیگزاک)، با استفاده از انتگرال‌گیر مرتبه کسری و کاربرد آن در طراحی اتوپایلوت است. در این روش به طور خاص از محاسبات کسری برای کاهش اثرات زیگزاک استفاده شده است. برای بررسی عملکرد روش پیشنهادی، به تحلیل و طراحی خودخلبان کانال فراز موشک، با استفاده از این روش پرداخته می‌شود.

ساختار مقاله به صورت زیر است: در بخش ۲ معادلات خودخلبان موشک توصیف می‌شوند. در بخش ۳ برخی تعاریف و خواص محاسبات مرتبه کسری استفاده شده در این مقاله ارائه می‌شود. بخش ۴ به طراحی کنترل‌کننده مدلغزشی پیشنهاد شده و تحلیل پایداری آن می‌پردازد. همچنین خودخلبان طراحی شده با این روش، به معادلات کانال فراز موشک اعمال می‌شود. بخش ۵ به تحلیل شبیه‌سازی‌های مربوط به خودخلبان طراحی شده می‌پردازد و در بخش ۶نتیجه‌گیری‌های حاصل شده ارائه می‌شود.

[Downloaded from journals.sut.ac.ir on 2024-04-24]

[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.3.4]

۲- تعریف مسئله طراحی خودخلبان موشک

مدل ریاضی موشکی که در اینجا در بکار گرفته می‌شود، از مرجع [۳۴] انتخاب شده است. این معادلات توصیف ریاضی از یک موشک هوا به هوا حول محور پیچ آن است که حالت‌های آن، زاویه حمله (α) و نرخ پیچ (q) می‌باشد. وظیفه خودخلبان آن است که شتاب عمودی موشک (η)، سیگنال شتاب هدف (η_r) را توسط انحراف مناسب زاویه بالک (δ) ردیابی کند. بالک توسط یک محرک حرکت داده می‌شود، بنابراین نیاز است که مدل محرک در اعمال خود خلبان موشک لحاظ شود. مدل ارائه شده، برای تغییرات زاویه حمله بصورت $-20\deg \le \alpha \le 20\deg$ و محدوده عدد ماخ، بصورت $1.5 \le M \le 3$ معتبر است.

معادلات دینامیکی موشک بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\dot{\alpha}(t) = \mathrm{K}_{\alpha}\, \mathrm{M(t)}\, \mathrm{C}_{n}(\alpha(t), \mathrm{M(t)}, \delta(t))\cos(\alpha(t)) + \mathrm{q(t)} \quad (۱)$$

$$\dot{q}(t) = \mathrm{K}_{q}\, \mathrm{M}^2\mathrm{(t)}\, \mathrm{C}_{\mathrm{m}}(\alpha(t), \mathrm{M(t)}, \delta(t)) \quad (۲)$$

دینامیک‌های خروجی نیز بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\eta(t) = \mathrm{K}_{\eta}\, \mathrm{M}^2\mathrm{(t)}\, \mathrm{C}_{\mathrm{n}}(\alpha(t), \mathrm{M(t)}, \delta(t)) \quad (۳)$$

که در آن، ضرایب C_{n} و C_{m} از جدول‌های داده آیرودینامیکی بدست آمده‌اند و توابع چند جمله‌ای از زاویه حمله، نرخ پیچ و زاویه انحراف بالک می‌باشند و بصورت زیر ارائه می‌شوند:

$$\begin{aligned} \mathrm{C}_{\mathrm{n}}(\alpha, \mathrm{M}, \delta) &= C_n^*(\alpha, \mathrm{M}) + d_n\delta \\ C_n^*(\alpha, \mathrm{M}) &= \mathrm{sgn}(\alpha)[\mathrm{a}_{\mathrm{n}}|\alpha|^3 + \mathrm{b}_{\mathrm{n}}|\alpha|^2 + \mathrm{c}_{\mathrm{n}}(2 - \mathrm{M}/3)|\alpha| + \mathrm{d}_{\mathrm{n}}\delta] \end{aligned} \quad (۴)$$

$$\begin{aligned} \mathrm{C}_{\mathrm{m}}(\alpha, \mathrm{M}, \delta) &= C_m^*(\alpha, \mathrm{M}) + d_m\delta \\ C_m^*(\alpha, \mathrm{M}) &= \mathrm{sgn}(\alpha)[\mathrm{a}_{\mathrm{m}}|\alpha|^3 + \mathrm{b}_{\mathrm{m}}|\alpha|^2 + \mathrm{c}_{\mathrm{m}}(-7+8\mathrm{M}/3)|\alpha| + \mathrm{d}_{\mathrm{m}}\delta] \end{aligned} \quad (۵)$$

دینامیک‌های محرک بصورت زیر مدل می‌شوند:

$$\ddot{\delta}(\mathrm{t}) + 2\xi\omega_{\mathrm{a}}\dot{\delta}(\mathrm{t}) + \omega_{\mathrm{a}}^2\delta(\mathrm{t}) = \omega_{\mathrm{a}}^2\delta_{\mathrm{c}}(\mathrm{t}) \quad (۶)$$

که در آن $\delta_{\mathrm{c}}(\mathrm{t})$ به عنوان دستور مطلوب ورودی به مدل محرک و $\delta(\mathrm{t})$ انحراف زاویه بالک متاثر از مدل محرک می‌باشد.در نهایت دینامیک‌های ماخ نیز بصورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$\dot{\mathrm{M}}(\mathrm{t}) = \frac{1}{\nu_{\mathrm{s}}}[-|\eta(\mathrm{t})|\sin|\alpha(\mathrm{t})| + \mathrm{A}_{\mathrm{x}}\,\mathrm{M}^2(\mathrm{t})\cos\alpha(\mathrm{t})], \quad \mathrm{M}(0) = \mathrm{M}_0 \quad (۷)$$

ضرایب عددی مدل موشک و محرک در جدول ۱، پارامترهای متغییر موشک در جدول ۲ و پارامترهای طراحی خودخلبان موشک در جدول ۳ آمده‌اند.

[Downloaded from journals.sut.ac.ir on 2024-04-24]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.3.4]

جدول ۱. ضرایب مدل موشک

پارامتر	مقدار	واحد
a_n	19.34	rad^{-3}
b_n	−31.008	rad^{-2}
c_n	−9.7174	rad^{-1}
d_n	−1.9481	rad^{-1}
a_m	40.485	rad^{-3}
b_m	−64.166	rad^{-2}
c_m	2.922	rad^{-1}
d_m	−11.803	rad^{-1}
K_α	0.0207	s^{-1}
K_q	1.2320	s^{-1}
K_η	0.6659	--
ξ	0.7	--
ω_a	150.0	$rad.s^{-1}$
v_s	−315.89472	$m.s^{-1}$
A_x	−1.9607424	--

جدول ۲. پارامترهای موشک

زاویه حمله	α
عدد ماخ	M
نرخ پیچ	q
شتاب عمودی موشک	η
شتاب عمودی مطلوب موشک	η_r
زاویه انحراف بالک دم	δ

جدول ۳. پارامترهای طراحی کنترل‌کننده

تابع لیاپانوف	V
سطح لغزش	s
خطا	e
بیشینه اغتشاش اعمالی	L_g
اعداد ثابت صحیح، مثبت و فرد	p, q
مرتبه مشتق‌گیر و انتگرال‌گیر کسری	φ
مرتبه کسری	FO
مرتبه صحیح	IO

۳- مروری بر تعاریف و ویژگی‌های محاسبات مرتبه کسری

محاسبات کسری تعمیمی از اپراتور انتگرال‌گیری و مشتق‌گیری ${}_aD_t^r$ در مرتبه غیر صحیح است که a و t محدوده‌ی عمل را نشان می‌دهد و r مرتبه عملگر است [۳۵].

$$ {}_aD_t^r = \begin{cases} \dfrac{d^r}{dt^r} & R(r) > 0 \\ 1 & R(r) = 0 \\ \displaystyle\int_a^t d\tau^{-r} & R(r) < 0 \end{cases} \qquad (۸) $$

در این مقاله $r \in R$ در نظر گرفته می‌شود، ولی در حالت کلی می‌تواند مختلط باشد و نیز R(r)بخش حقیقی r است. تعاریف بسیاری برای مشتق و انتگرال مرتبه کسری وجود دارد که دو تعریف کاپوتو (C) و ریمان-لیوویل (RL) پرکاربرد هستند. تعریف RL بصورت زیر بیان می‌شود [۳۵].

$$ {}_a^{RL}D_t^{\varphi} f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\varphi)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\varphi-n+1}} d\tau \qquad (۹) $$

که در آن $n-1 \le \varphi < n$، $\varphi > 0$، n عضو مجموعه اعداد طبیعی و $\Gamma(.)$ تابع گاما است. و نیز تعریف C بصورت زیر بیان می‌شود [۳۵].

[Downloaded from journals.sut.ac.ir on 2024-04-24]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.3.4]

$$ {}_{a}^{C}D_{t}^{\varphi} f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\varphi)} \int_{a}^{t} \frac{f^{(n)}(\tau)}{(t-\tau)^{\varphi-n+1}} d\tau \quad (۱۰) $$

رابطه تبدیل لاپلاس با تعریف مشتق RL بصورت (۱۱) بدست می‌آید [۳۵].

$$ \int_{0}^{\infty} e^{-st}\, {}_{a}D_{t}^{\varphi} f(t)\, dt = s^{\varphi} F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{k}\, {}_{a}D_{t}^{\varphi-k-1} f(t)\big|_{t=0} \quad (۱۱) $$

که در آن s متغیر لاپلاس است. در این مقاله FO نماد مرتبه کسری و IO نماد مرتبه صحیح در نظر گرفته می‌شود و φ مرتبه عملگر ریاضی است.

خاصیت ۱([۳۵]):

رابطه زیر همواره برقرار است.

$$ I^{\varphi}\{ {}^{RL}D^{\varphi} f(t)\} = f(t) - \frac{f_{1-\varphi}(0)}{\Gamma(\varphi)} t^{\varphi-1}, \quad f_{1-\varphi}(0) = \lim_{t\to 0} I^{1-\varphi} f(t) \quad (۱۲) $$

در این رابطه I^{φ} نماد انتگرال‌گیر کسری در مرتبه φ است.

خاصیت ۲([۳۵]):

برای $\varphi > 0$ و عدد طبیعی n تساوی رابطه (۱۳) همواره برقرار است.

$$ \frac{d^{n}}{dt^{n}} \{ {}^{RL}D^{\varphi} f(t)\} = {}^{RL}D^{n+\varphi} f(t) \quad (۱۳) $$

٤- طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی پیشنهادی و اعمال آن به مدل موشک

در این بخش به طراحی قانون کنترل مد لغزشی بهبود یافته با محاسبات مرتبه کسری پرداخته می‌شود. این قانون در قالب یک قضیه برای سیستم عمومی مرتبه دوم (۱۴) بیان شده و اثبات پایداری آن ارائه می‌شود.

$$ \ddot{x}(t) = f(x,t)x(t) + g(x,t)u(t) + d(x,t) \quad (۱۴) $$

که در آن $f(x,t) = f_n(x,t) + \Delta f(x,t)$ و $\Delta f(x,t)$ عبارت نامعینی ناشی از تغییر ساختار سیستم است و نیز $g(x,t) = g_n(x,t) + \Delta g(x,t)$ که $\Delta g(x,t)$ نامعینی‌های ورودی است. $d(x,t)$ نیز اغتشاش خارجی وارد شده به سیستم است. $L(x,t)$ نامعینی‌های تجمیع شده نامیده و به‌صورت زیر تعریف می‌شود [۲۹]:

$$ L(x,t) = \Delta f(x,t)x(t) + \Delta g(x,t)u(t) + d(x,t) \quad (۱۵) $$

فرض می‌شود که نامعینی‌های تجمیع‌شده، در نامعادله زیر صدق می کنند:

$$ \left\| D^{\varphi} L(x,t) \right\| < \gamma \quad (۱۶) $$

که در آن γ عددی مثبت است.

قضیه: برای سیستم عمومی (۱۴) سطح لغزش بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$ s = D^{\varphi}\dot{e} + \lambda e + \beta e^{\frac{q}{p}} = 0, \quad \varphi \in (0,1) \quad (۱۷) $$

که در آن p و q اعداد صحیح مثبت و فرد هستند و φ مرتبه مشتق‌گیر است. λ و β نیز اعداد مثبت هستند و e خطای ردیابی است. اگر قانون کنترل پیشنهادی بصورت رابطه (۱۸) طراحی شود، خطای ردیابی به سمت صفر میل می کند.

[Downloaded from journals.sut.ac.ir on 2024-04-24]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.3.4]

$$u = g_n^{-1}(x,t)[-f_n(x,t)x(t) + \ddot{x}_d + D^{-\varphi}(-\lambda\dot{e} - \beta\frac{q}{p}e^{\frac{q}{p}-1}\dot{e}) - D^{-\varphi}(k\,\mathrm{sgn}(s))] \ , k = \zeta + \gamma \quad (۱۸)$$

در این رابطه خطا به‌صورت $e = x - x_d$ در نظر گرفته شده، γ کران بالای بخش نامعین، x_d ورودی مرجع و ζ یک ثابت مثبت است. همچنین k عبارت رساننده است، که با برقراری شرط لغزش تعیین خواهد شد.

اثبات: تابع لیاپانوف به فرم زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$V = \frac{1}{2}s^2 \quad (۱۹)$$

مشتق زمانی رابطه (۱۹)، با در نظر گرفتن خاصیت ۲ بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{V} = s\dot{s} = s[D^{\varphi}(f_n(x,t)x(t) + g_n(x,t)u(t) + L(x,t) - \ddot{x}_d) + \lambda\dot{e} + \beta\frac{q}{p}e^{\frac{q}{p}-1}\dot{e}] = s(-k\,\mathrm{sgn}(s) + D^{\varphi}L(x,t)) \quad (۲۰)$$

در کنترل مد لغزشی استاندارد، ورودی کنترل باید به نحوی طراحی شود که شرط لغزش زمان محدود زیر برقرار گردد:

$$\dot{V} = s\dot{s} \le -\zeta|s| \quad (۲۱)$$

که در آن ζ یک ثابت مثبت است. با انتگرال‌گیری از طرفین شرط لغزش، مدت زمان همگرایی متغیر لغزش به صورت $t_r \le \frac{|s(0)|}{\zeta}$ بوده که در آن t_r مدت زمان صفر شدن متغیر لغزش است[۲۹]. برقراری این شرط تضمین می‌کند که متغیر لغزش در مدت زمان محدودی به صفر برسد و پایداری آن تضمین گردد.

حال برای برقراری شرط لغزش با استفاده از روابط (۲۰) و (۲۱) داریم:

$$-k|s| + sD^{\varphi}L(x,t) \le -\zeta|s| \Rightarrow k \ge \zeta + \frac{s}{|s|}D^{\varphi}L(x,t) \quad (۲۲)$$

برای برقراری رابطه بالا می‌توان بهره k را به صورت $k = \zeta + \gamma$ انتخاب نمود، که در آن γ کران بالای $D^{\varphi}L(x,t)$ می‌باشد. در کنترل‌کننده طراحی شده (رابطه (۱۸))، می‌توان قدرت مشتق‌گیری و انتگرال‌گیری عملگر را با انتخاب مناسب مرتبه آن تنظیم کرد و به این دلیل در قانون پیشنهاد شده، با وجود استفاده از تابع علامت و تضمین پایداری سیستم حلقه‌بسته، میزان اثرات پدیده زیگزاک در مقایسه با روش کنترلی مد لغزشی مرتبه صحیح معادل آن، تا حدود زیادی کاهش می‌یابد.

حال قانون کنترل پیشنهادی برای معادلات کانال فراز موشک استخراج می‌شود. بدین منظور، برای پرهیز از حضور جمله مشتق انحراف بالک ($\dot{\delta}$) در طراحی خودخلبان موشک، از مدل تقریب زده شده موشک استفاده می‌شود و پس از طراحی خودخلبان، به مدل کامل موشک اعمال می‌شود.با توجه به اینکه $d_n << d_m$، مدل ارائه شده در معادلات ۱ تا ۳ را می‌توان بصورت زیر تقریب زد:

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}(t) &= K_{\alpha}\,M(t)\,C_n^*(\alpha(t), M(t))\cos(\alpha(t)) + q(t)\\ \dot{q}(t) &= K_q\,M^2(t)\,C_m(\alpha(t), M(t), \delta(t))\\ \eta(t) &= K_{\eta}\,M^2(t)\,C_n^*(\alpha(t), M(t))\end{aligned} \quad (۲۳)$$

معادلات تخمین زده شده فوق را می‌توان به شکل عمومی معادلات مرتبه دوم، به صورت زیر نوشت:

[Downloaded from journals.sut.ac.ir on 2024-04-24]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.3.4]

$$\dot{\eta} = \mathrm{K}_{\eta}\,\mathrm{M}^2\,\dot{\alpha}\frac{\partial C_n}{\partial \alpha}$$
$$\ddot{\eta} = \mathrm{K}_{\eta}\,\mathrm{M}^2\left(\ddot{\alpha}\frac{\partial C_n}{\partial \alpha}+\dot{\alpha}^2\frac{\partial^2 C_n}{\partial \alpha^2}\right)=\mathrm{K}_{\eta}\,\mathrm{M}^2\,\dot{\alpha}^2\frac{\partial^2 C_n}{\partial \alpha^2}+ \qquad (۲۴)$$
$$\mathrm{K}_{\eta}\,\mathrm{M}^2\frac{\partial C_n}{\partial \alpha}\left(K_{\alpha}M\dot{\alpha}\frac{\partial C_n}{\partial \alpha}Cos(\alpha)-\mathrm{K}_{\alpha}\,C_n M\,Sin(\alpha)\dot{\alpha}+K_q\,M^2 C_m+K_q\,M^2\,d_m\,\delta\right)$$

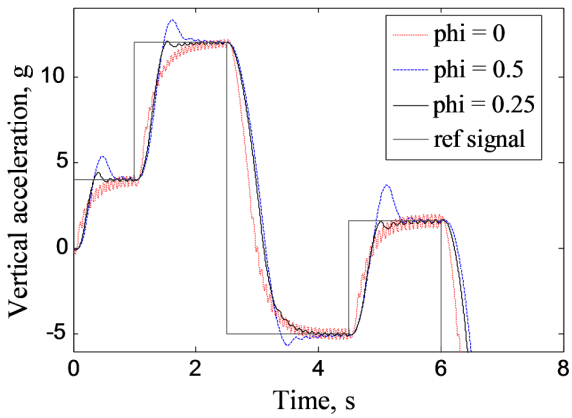
اکنون می‌توان با استفاده از رابطه (۱۸)، خودخلبان کانال فراز موشک را بصورت زیربیان کرد:

$$\delta=(K_{\eta}K_q M^4\frac{\partial \mathrm{C}_n^*}{\partial \alpha}d_m)^{-1}[-\{K_{\eta}M^2\frac{\partial^2 \mathrm{C}_n^*}{\partial \alpha^2}\dot{\alpha}^2+K_{\eta}M^2\frac{\partial \mathrm{C}_n^*}{\partial \alpha}[K_{\alpha}M\frac{\partial \mathrm{C}_n^*}{\partial \alpha}\dot{\alpha}\cos(\alpha)+K_q M^2\mathrm{C}_m^*- \qquad (۲۵)$$
$$K_{\alpha}M\mathrm{C}_n^*\dot{\alpha}\sin(\alpha)]\}+\ddot{x}_d+D^{-\varphi}(-\lambda\dot{e}-\beta\frac{q}{p}e^{\frac{q}{p}-1}\dot{e})-kD^{-\varphi}\,\mathrm{sgn}(s)]$$

در این رابطه خطا به‌صورت $e=\eta-\eta_d$ در نظر گرفته شده است، که در آن η_d شتاب مطلوب است.

۵- شبیه‌سازی

در این بخش نتایج شبیه‌سازی حاصل از اعمال خودخلبان پیشنهادی به معادلات موشک ارائه می‌گردد. برای این منظور، خودخلبان طراحی شده به معادلات ۱ تا ۷ اعمال می‌شود. در مقایسه دو روش، ضرایب یکسان در نظر گرفته شده‌اند، و تنها در روش پیشنهادی مرتبه انتگرال‌گیر به عنوان پارامتر انتخابی با مقدار $\varphi=0.3$ در نظر گرفته شده است. این انتخاب، با رسم خروجی‌ها به ازای تغییرات مرتبه انتگرال‌گیر انجام شده است. برخی منحنی‌ها به ازای تغییرات مختلف مرتبه انتگرال‌گیر در شکل ۱ آمده است. مشاهده می‌شود که به ازای $\varphi=0.3$ شکل موج خروجی از ویژگی‌های مطلوبی برخوردار است.مقدار سایر پارامترهای کنترل‌کننده، که در دو نوع کنترل‌کننده مد لغزشی مرتبه صحیح و کسری مشترک هستند، در جدول ۴ آمده‌اند. در شبیه‌سازی‌های مرتبه صحیح از معادله ۲۵ به ازای $\varphi=0$ استفاده شده است که معادل $D^0e(t)=e(t)$ می‌باشد. همچنین در تمامی شبیه‌سازی‌ها در نظر گرفته شده است.



شکل ۱. ردیابی شتاب مرجع به ازای مقادیر مختلف φ در کنترل مرتبه کسری

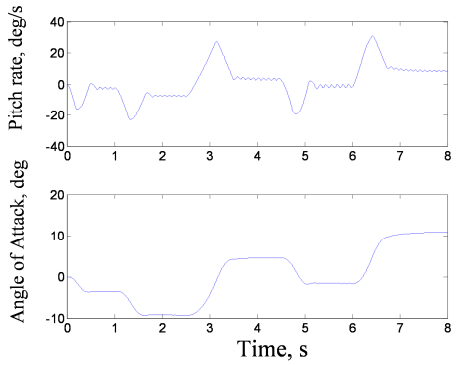
[Downloaded from journals.sut.ac.ir on 2024-04-24]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.3.4]

جدول ۴. مقادیر عددی پارامترهای طراحی کنترل‌کنند

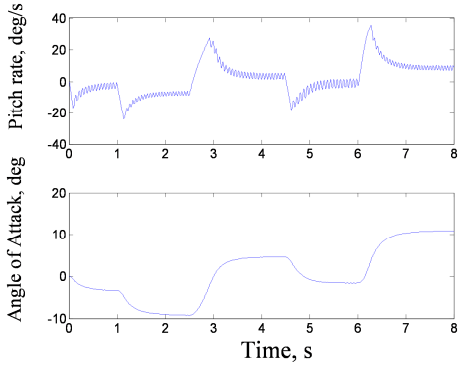
پارامتر	مقدار
λ	1.8
β	2.1
k	18
p	3
q	1
φ	0.3

الف) شبیه‌سازی غیرخطی، مدل نامی

شکل‌های۲ و ۳ مقایسه بین ردیابی شتاب مرجع در اعمال خودخلبان طراحی شده با کنترل مد لغزشی مرتبه صحیح و مرتبه کسری پیشنهادی را نشان می‌دهد. مقایسه نتایج نشان می‌دهد که در استفاده از کنترل مد لغزشی مرتبه کسری، ردیابی ورودی مرجع با نواسانات بسیار کمتری نسبت به مد لغزش مرتبه صحیح صورت گرفته است.



شکل ۲. ردیابی شتاب مرجع در کنترل مرتبه کسری

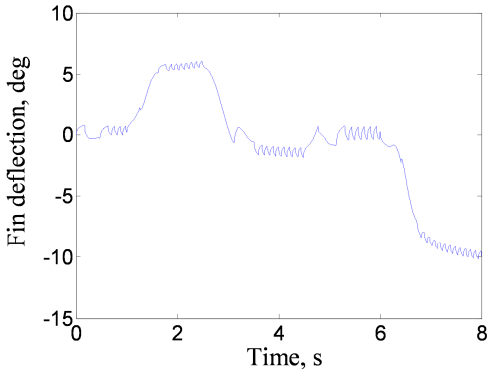


شکل ۳. ردیابی شتاب مرجع در کنترل مرتبه صحیح

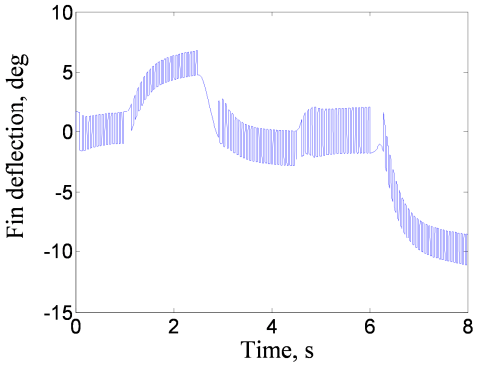
تلاش کنترلی به ازای دو روش ذکر شده، در شکل‌های ۴ و ۵ آمده است. این شکل‌ها نشان می‌دهند که در روش پیشنهاد شده، پدیده زیگزاک تا حدود بسیار زیادی برطرف شده است. در هر دو مورد از این شبیه‌سازی‌ها، از تابع علامت استفاده شده است و بدلیل استفاده از انتگرال‌گیر مرتبه کسری در تابع علامت، پدیده زیگزاک در روش کنترل مد لغزشی مرتبه کسری کاهش چشمگیری یافته است.

[Downloaded from journals.sut.ac.ir on 2024-04-24]

[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.3.4]

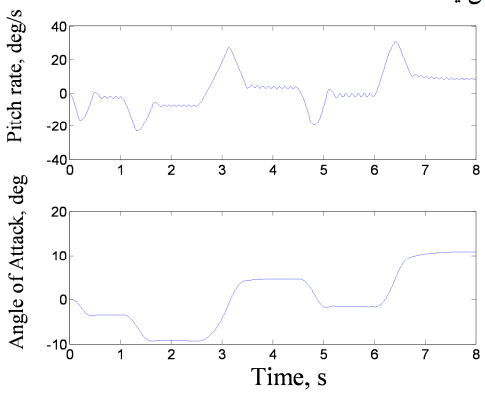


شکل ۴. تغییرات زاویه بالک در کنترل مرتبه کسری

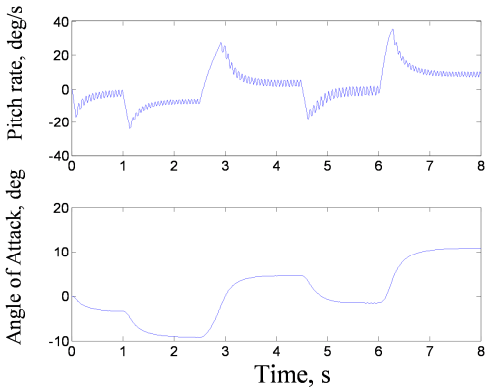


شکل ۵. تغییرات زاویه بالک در کنترل مرتبه صحیح

حالت‌های سیستم که نرخ پیچ و زاویه حمله می‌باشند، در شکل‌های ۶ و ۷ آورده شده‌اند. کاهش پدیده نوسانات کنترل مد لغزشی، در این حالت‌ها نیز مشخص است. ملاحظه می‌شود که نوسانات، در روش کنترل مد لغزشی مرتبه کسری به میزان زیادی کاهش یافته است.



شکل ۶. حالت‌های سیستم در کنترل مرتبه کسری

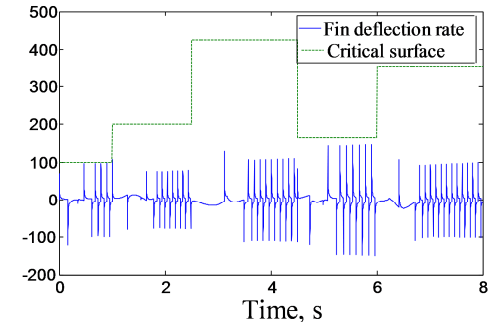


شکل ۷. حالت‌های سیستم در کنترل مرتبه صحیح

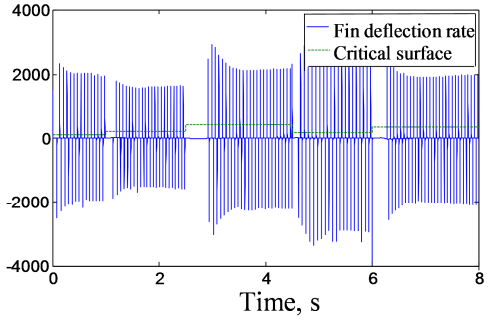
از مشخصه‌های مهم کنترلی این سیستم که در مرجع [۳۴] آمده است، آن است که بیشینه نرخ ورودی کنترلی، $\dot{\delta}_{\max}$، به ازای هر تغییر ورودی به ازای $1g$ ($0g \rightarrow 1g$) نباید از $25 deg/s$ تجاوز کند. برای بررسی این موضوع، نرخ ورودی کنترلی در شبیه‌سازی انجام شده در شکل‌های ۸ و ۹ آورده شده است.

[Downloaded from journals.sut.ac.ir on 2024-04-24]

[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.3.4]

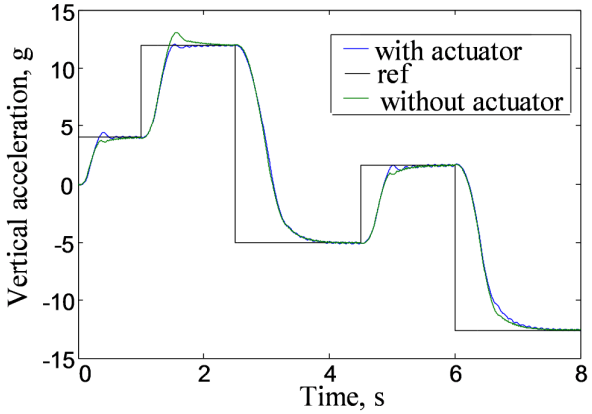


شکل ۸. نرخ تغییرات زاویه بالک در کنترل مرتبه کسری



شکل ۹. نرخ تغییرات زاویه بالک در کنترل مرتبه صحیح

با توجه به ورودی شتاب اعمال شده و نکته بیان شده، شکل‌های ۸ و ۹ نشان می‌دهند که در استفاده از روش کنترل مد لغزشی مرتبه صحیح، به دلیل وجود نوسانات در سیگنال کنترلی، بیشینه نرخ ورودی کنترلی از مقدار مجاز بیان شده بیشتر شده است. اما در استفاده از روش کنترلی مد لغزشی مرتبه کسری، به دلیل کاهش نوسانات ناشی از پدیده‌ی زیگزاک، بیشینه نرخ ورودی کنترلی در محدوده مجاز قرار دارد. لازم به ذکر است که تنظیم پارامترهای خودخلبان با اعمال مدل محرک صورت گرفته است. برای آگاهی از میزان اثر مدل محرک در شتاب خروجی، شبیه‌سازی شکل ۱۰ ارائه می‌شود.



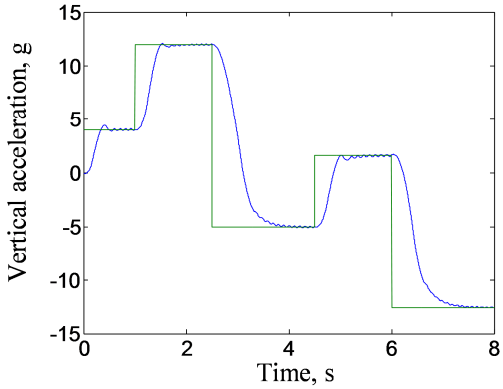
شکل ۱۰. اثر محرک در ردیابی شتاب مرجع

ب) شبیه‌سازی غیرخطی، مدل با اعمال نامعینی

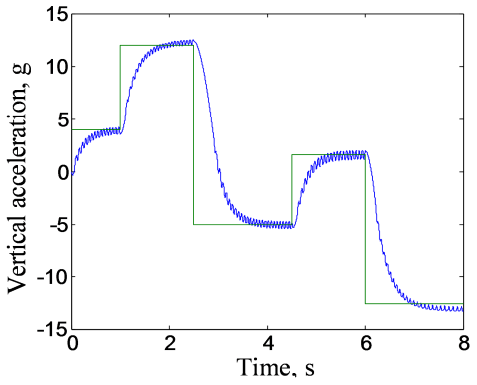
با استفاده از محاسبات مرتبه کسری برای بهبود عملکرد کنترل مد لغزشی مرتبه صحیح، خاصیت مقاوم بودن این روش کنترلی همچنان وجود دارد. برای نشان دادن این موضوع، با اعمال نامعینی به ضرایب آیرودینامیکی مدل، شبیه‌سازی خروجی ارائه می‌شود. یکی از ویژگی‌هایی که در طراحی خودخلبان باید مورد توجه قرار گیرد، آن است که کنترل‌کننده باید وظیفه خود را تا اعمال ۲۵ درصد نامعینی در مقدار ضرایب a_m, b_m, c_m و d_m، به خوبی انجام دهد [۳۴]. برای بررسی این موضوع، در طراحی خودخلبان پیشنهادی، به میزان ۲۵ درصد نامعینی به ضرایب فوق اعمال شده (تنها در محدوده ۲۵ درصد و نه بصورت یکسان در همه ضرایب) و نتایج شبیه‌سازی برای هر دو نوع خودخلبان طراحی شده با کنترل‌کننده مرتبه صحیح و مرتبه کسری در شکل‌های ۱۱-۱۴ ارائه گردیده است. این نامعینی به صورت روابط (۲۶) در تمام دوره شبیه‌سازی به پارامترهای بیان شده اعمال شده است.

[Downloaded from journals.sut.ac.ir on 2024-04-24]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.3.4]

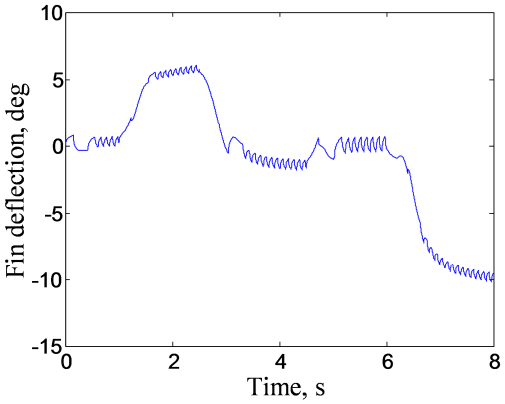
$$\begin{aligned} a_m &= a_m \pm 0.25\, a_m \\ b_m &= b_m \pm 0.25\, b_m \\ c_m &= c_m \pm 0.25\, c_m \\ d_m &= d_m \pm 0.25\, d_m \end{aligned} \qquad (۲۶)$$



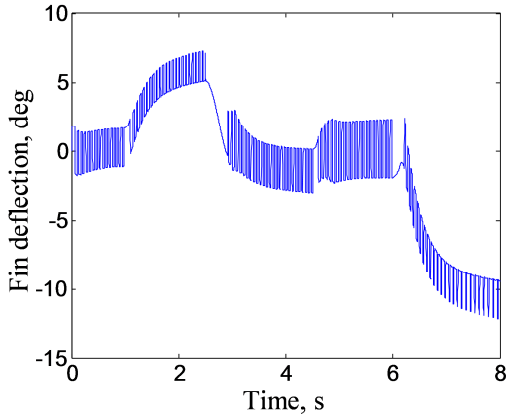
شکل ۱۱. ردیابی شتاب در کنترل مرتبه کسری در حضور نامعینی



شکل ۱۲. ردیابی شتاب در کنترل مرتبه صحیح در حضور نامعینی



شکل ۱۳. زاویه بالک در کنترل مرتبه کسری در حضور نامعینی



شکل ۱۴. زاویه بالک در کنترل مرتبه صحیح در حضور نامعینی

مشاهده می‌شود، با اعمال۲۵ درصد نامعینی در ضرایب آیرودینامیکی، a_m, b_m, c_m و d_m، ردیابی شتاب مرجع با اعمال خودخلبان پیشنهاد شده به خوبی صورت گرفته است و در استفاده از کنترل مرتبه کسری، ضمن کاهش چشمگیر پدیده زیگزاک، خروجی با خطای کمتری همگرا شده است.

٦- نتیجه‌گیری

در این مقاله روش نوینی از کنترل‌کننده مد لغزشی مرتبه کسری برای کاهش اثرات نامطلوب پدیده زیگزاک و هموارتر شدن سیگنال کنترلی در روش مد لغزشی ارائه شد. در روش پیشنهادی برخلاف اکثر روش‌های کاهش پدیده زیگزاک، تقریب و تخمینی صورت نگرفته و پایداری حلقه‌بسته تضمین شده باقی می‌ماند. روش پیشنهاد شده با هدف طراحی خودخلبان کانال پیچ، به معادلات سیستمیک موشک هوا به هوا اعمال شده و نتایج بدست آمده با نتایج حاصل از اعمال کنترل‌کننده مد لغزشی مرتبه صحیح مقایسه شد. نتایج این مقایسه نشان می‌دهد که در روش پیشنهادی، پدیده زیگزاک تا حد زیادی کاهش یافته و عملکرد آن

[Downloaded from journals.sut.ac.ir on 2024-04-24]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.3.4]

نیز بهبود یافته است. همچنین با اعمال نامعینی به ضرایب آیرودینامیکی و ارائه شبیه‌سازی‌ها، نشان داده شد که خاصیت مقاوم بودن روش پیشنهادی، علی رغم بهبود آن با محاسبات مرتبه کسری، همچنان وجود دارد.

۷- مراجع

[1] V. Behnamgol, A.R. Vali, A. Mohammadi, "Design of Nonlinear and Robust Guidance Law Considering", Journal of Nonlinear Systems in Electrical Engineering, Vol.3, No.1, 2015, 122-137.

[2] M.U. Salamci, M.K. O zgoren, S.P. Banks, "SlidingMode Control with Optimal Sliding Surfaces for Missile Autopilot Design", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2000, Vol. 23, 719–727.

[3] I, Shkolnikov, Y.B. Shtessel, D. Lianos, A.T. Thies, "Robust Missile Autopilot Design via High-Order Sliding Mode Control", AIAA Paper, 2000.

[4] A. Thukral, M. Innocenti, "ASliding Mode Missile Pitch Autopilot Synthesis for High Angle of Attack Maneuvering", IEEE Transactions on Control Systems Technology, 1998, Vol. 6, 359–371.

[5] I. Shkolnikov, Y.B. Shtessel, D. Lianos, "Integrated Guidance-Control System of a Homing Interceptor: Sliding Mode Approach", AIAA Paper, 2001.

[6] T. Shima, M. Idan, O.M. Golan, "Sliding-Mode Control for Integrated Missile Autopilot Guidance", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, Vol. 29, 250–260.

[7] M, Idan, T, Shima, O.M, "Golan, Integrated sliding-mode autopilot-guidance for dual-control missile", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 30, no. 3, 2007, 1081–1089.

[8] A. Koren, M. Idan, O.M. Golan, "Integrated sliding mode guidance and control for a missile with on-off actuators", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 31, 2008, 204–214.

[9] F. Yeh, J. Huang, C. Huang, "Integrated Design of Ballistic Missile Guidance and Autopilot Using Adaptive Sliding Control with 5 DOF Inputs", Proceedings of SICE Annual Conference, 2011, 639-644.

[10] D.C. Foreman, C.H. Tournes, Y.B. Shtessel, "Integrated Missile Flight Control Using Quaternion's and Third-order Sliding Mode Control", International Symposium on System and Control in Aeronautics and Astronautics, 2010, 1101-1104.

[11] Z. Zhu, Y. Xia, M. Fu, "Back-stepping Sliding Mode Control for Missile Systems via Quaternions", Proceedings of Chinese Control Conference, 2009, 6089-6094.

[12] Y. Feng, F. Han, X. Yu, "Chattering free full-order sliding-mode control",Automatica, Vol. 50, 2014, 1310–1314.

[13] Y. Mondsal, C. Mahanta, "Chattering free adaptive multivariable sliding mode controller for systems with matched and mismatched uncertainty", ISA Transactions, Vol. 52, 2013, 335–341.

[14] T.M. Atanackovic, S. Pilipovic, D. Zorica,"A diffusion wave equation with two fractional derivatives of different order", Journal of Physics A,2007, Vol. 40, 5319-5333.

[15] Y. Ding, H. Te,"A fractional-order differential equation model of CD4+ T-cells", Mathematical and Computer Modelling, 2009, vol. 50, 386-392.

[16] R.L. Magin, "Fractional calculus in Bioengineering", Begell House, 2006.

[17] B.J. Lurie, "Three parameters tunable Tilt-Integral Derivative (TID) controller", US Patent, US5371, 1994.

[18] J. Sabatier, A. Oustaloup, A.G. Turricha, P. Lanusse,"CRONE control: Principles and extension to time-variant plants with asymptotically constant coefficients", Nonlinear Dynamics, 2002, Kluwer Academic Publishers, 363-385.

[19] I. Podlubny,"Fractional order system and PID-controllers", IEEE Transactions on Automatic Control, 1999, 208-214.

[Downloaded from journals.sut.ac.ir on 2024-04-24]
[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.3.4]

[20] C.A. Monje, B.M. Vinagre, Y.Q. Chen, V. Feliu, P. Lanusse, J. Sabatier, "Proposals for fractional PID tuning", Junta de Extremadura, 2005, 2–7.

[21] A.J. Calderon, B.M. Vinagre, V. Feliu, "Fractional order control strategies for power electronic Buck converters", Signal Processing, 2006, Vol. 86, 2803–2819.

[22] R. El-Khazali, W. Ahmad, Y. Al-Assaf,"Sliding mode control of generalized fractional chaotic systems", International Journal of Bifurcations and Chaos, Vol. 16, 2006, 3113–3152.

[23] M.O. Efe, C.A. Kasnakoglu,"Fractional adaptation law for sliding Mode control", International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, Vol. 22, 2008, 968–986.

[24] M.S. Tavazoei, M. Haeri,"Synchronization of chaotic fractional order systems via active sliding mode controller",Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Vol. 387, 2008, 57–70.

[25] A. Si-Ammour, S. Djennoune, M. Bettayeb,"A sliding mode control for linear fractional systems with input and state delays", Communications in Nonlinear Sciences and Numerical Simulations, Vol. 14, 2009, 2310–2318.

[26] S. Dadras, H.R. Momeni,"LMI-based fractional order surface design for integral sliding-mode control of uncertain fractional order nonlinear systems", Proceeding of FDA'10, The 4th IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications, Badajoz, Spain, 2010.

[27] A. Pisano, Z. Jelicic, E. Usai,"Sliding mode control approaches to the robust regulation of linear multivariable fractional order dynamics", International Journal of Robust and Nonlinear Control, Vol. 20, 2010, 2021–2044.

[28] A. Pisano, M. R. Rapai´c, Z. D. Jeli˘ci´c2, E. Usai,"On second-order sliding-mode control of fractional-order dynamics", American Control Conference Marriott Waterfront, Baltimore, USA, 2010.

[29] S. Dadras, H. Momeni,"Fractional terminal sliding mode control design for a class of dynamical systems with uncertainty", Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2012, Vol. 17, 367-377.

[30] Y. Li, Y.Q. Chen, I. Podlubny,"Mittag-Leffler stability of fractional order nonlinear dynamic systems", Automatica, Vol. 45, 2009, 1965–1969.

[31] S.J. Sadati, D. Baleanu, A. Ranjbar, R. Ghaderi, T. Abdel-jawad (Maraaba),"Mittag-Leffler stability theorem for fractional nonlinear systems with delay", Hindawi Publishing Corporation, Abstract and Applied Analysis,Vol. 2010, 2010, 1–7.

[32] J. Bai, Y. Yu,"Sliding mode control of fractional-order hyperchaotic systems", International Workshop on Chaos-Fractional Theory and its Applications, 2010.

[33] M.P.Aghababa**,** "No-chatter variable structure control for fractional nonlinear complex systems", Nonlinear Dynamics, Vol. 73, 2013, 2329–2342.

[34] S. Theodoulis, G. Duc, "Missile Autopilot Design: Gain-Scheduling and the Gap Metric", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 32, 2009, 986–996.

[35] A. Pisano, M. Rapaic, Z. Jelicic, E. Usai, "Nonlinear fractional PI control of a class of fractional order systems", IFAC Conference on Advances in PID Control, 2012, 637-642.

[Downloaded from journals.sut.ac.ir on 2024-04-24]

[DOR: 20.1001.1.23223146.1396.4.1.3.4]