



دانشگاه صنعتی سهند

DOR:

20.1001.1.23223146.1400.8.1.4.3

نشریه سازه‌های غیرخطی در مهندسی برق

دوره ۸ - شماره ۱

بهار و تابستان ۱۴۰۰

صفحات ۷۷ الی ۹۸

ISSN: 2322-3146

<http://journals.sut.ac.ir/jnsee>

طراحی کنترل کننده تحمل پذیر عیب برای سیستم‌های سوئیچ شونده غیر خطی کانونیکال در حضور عیب محرک و ورودی غیر خطی ناحیه مرده

الهه رضازاده^۱، محمد پورمحمد آقابابا^۲ و مرتضی علی اصغری^۳

^۱ کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه، ایران، el.rez.94@gmail.com

^۲ استاد، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه، ایران، m.p.aghababa@ee.uut.ac.ir

^۳ نویسنده مسئول، استادیار، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه، ایران، m.aliasghary@uut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۰۸/۰۸ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۰۹/۲۹)

چکیده

واژه‌های کلیدی

سیستم‌های سوئیچ شونده غیر خطی، عیب محرک، ورودی غیر خطی ناحیه مرده، کنترل مد لغزشی.

سیستم‌های سوئیچ شونده به دلیل نیاز روزافزون علوم کنترل به ارائه یک مدل دقیق و یکپارچه از ساختارهای طبیعی و عملی، بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند. از طرفی، چند مدلی بودن ذاتی بسیاری از سیستم‌های عملی بر اهمیت بررسی این نوع از سیستم‌ها افزوده است. در این پژوهش، مساله کنترل تطبیقی تحمل پذیر عیب زمان محدود یک دسته از سیستم‌های سوئیچ شونده غیر خطی در حضور عیب محرک، اغتشاشات خارجی و ورودی غیر خطی ناحیه مرده مورد بررسی قرار گرفته است. کران عبارت‌های نامعین سیستم، نامعلوم فرض شده و برای حذف اثرات مخرب این عبارت‌ها بر روی پاسخ سیستم از قوانین تطبیقی استفاده شده است. زیرسیستم‌های سیستم سوئیچ شونده به عنوان سیستم‌های غیر خطی با ساختار کانونیکال در نظر گرفته شده‌اند. در این پژوهش هیچ‌گونه فرض محدود-کننده‌ای بر منطق سوئیچ سیستم اعمال نشده است. بنابراین هدف، پیشنهاد کنترل کننده‌ای است که تحت هر سیگنال سوئیچ دلخواه کار کرده و بتواند بر عیب محرک، اغتشاشات و ورودی غیر خطی ناحیه مرده غلبه کند. برای تحقق این منظور، پس از ارائه یک خمینه لغزشی هموار، ورودی کنترل به گونه‌ای توسعه یافته است که مسیرهای سیستم در یک زمان محدود به دینامیک مد لغزشی مقرر برسند. در نهایت با استفاده از تئوری پایداری لیاپانوف اثبات شده است که مبدأ، نقطه تعادل پایدار زمان محدود سیستم حلقه بسته کلی است. نتایج شبیه‌سازی ارائه شده توسط نرم‌افزار MATLAB، کارایی کنترل کننده پیشنهادی را نشان می‌دهد.



Sahand University
of Technology

DOR:

[20.1001.1.23223146.1400.8.1.4.3](https://doi.org/10.1001.1.23223146.1400.8.1.4.3)

Journal of Nonlinear
Systems in Electrical
Engineering

Vol.8, No.1

Spring and Summer 2021

ISSN: 2322 – 3146

<http://journals.sut.ac.ir/jnsee>

Design of Fault Tolerant Controller for Canonical Nonlinear Switched Systems with Actuator Fault and Dead-Zone Input Nonlinearity

Elaheh Rezazadeh¹, Mohammad Pourmahmood Aghababa² and Mortaza Aliasghary³

¹M.Sc, Faculty of Electrical Engineering, Urmia University of Technology, Urmia, Iran, el.rez.94@gmail.com

²Professor, Faculty of Electrical Engineering, Urmia University of Technology, Urmia, Iran. m.p.aghababa@ee.uut.ac.ir

³**Corresponding Author**, Assistant professor, Faculty of Electrical Engineering, Urmia University of Technology, Urmia, Iran, m.aliasghary@uut.ac.ir

ABSTRACT

Keywords

Nonlinear switching systems,

Actuator fault,

Dead-zone input nonlinearity,

Sliding mode.

Owing to increasing need of control community for providing a precise and integrated model of natural and practical structures switching systems have attracted much attention. On the other hand, the multi-model inherent in many practical systems has increased the importance of The study of these types of systems. In this paper, the problem of adaptive fault tolerant finite-time control of a class of nonlinear switching systems in the presence of actuator fault, external disturbances and dead-zone input nonlinearity is investigated. The boundary of the uncertain terms of the system is assumed to be unknown and adaptive rules are used to eliminate the destructive effects of these terms on the system response. The subsystems of switching system are considered as nonlinear systems with a canonical structure. This paper dose not impose any restrictive assumption on the switching logic of the system. Therefore, the purpose is to propose a controller that works under any desired switch signal and can overcome the actuator fault, disturbances and dead-zone input nonlinearity. To achieve this purpose, after providing a smooth sliding manifold, an adaptive control input is developed such that the system trajectories approach the prescribed sliding mode dynamics in finite-time sense. Finally, by using the Lyapunov stability theory, it is proved that the origin is the finite-time stable equilibrium point of the overall closed-loop system. The simulation results provided by MATLAB software show the performance of the proposed controller.

۱ - مقدمه

سیستم‌های سوئیچ‌شونده یک دسته خاص از سیستم‌های هیبرید هستند که شامل مجموعه‌ای از زیرسیستم‌ها با دینامیک‌های غیرخطی (یا خطی) و یک قاعده سوئیچ هستند. این سیستم‌ها در بسیاری از ساختارهای طبیعی و عملی شناخته شده‌اند. دلیل توجه زیاد به مطالعه این نوع سیستم‌ها این است که سیستم‌های سوئیچ‌شونده یک چهارچوب یکپارچه برای مدل‌سازی ریاضی بسیاری از سیستم‌های عملی مانند کنترل سیستم‌های رباتیک، مکاترونیک و مکانیک، صنعت خودرو، هواپیما و کنترل ترافیک هوایی، مبدل‌های قدرت سوئیچ‌شونده، هم‌چنین در شبکه‌های ارتباطی و در بسیاری از زمینه‌های دیگر ارائه می‌دهند [۱].

در سیستم‌های سوئیچ‌شونده، منطق سوئیچ تبادل بین زیرسیستم‌ها را در هر لحظه زمانی کنترل می‌کند و از نظر طراحی سیستم کنترل، درجه آزادی بیشتری را به ارمغان می‌آورد [۲]. به طور کلی روش‌های کنترلی اعمال شده به سیستم‌های سوئیچ‌شونده به دو گروه اصلی تقسیم می‌شوند: (الف) کنترل بر اساس توابع لیاپانف مشترک با منطق سوئیچ دلخواه و (ب) کنترل از طریق توابع لیاپانف چندگانه تحت برخی از قوانین سوئیچ محدود مقرر شده. روش اول هیچ‌گونه محدودیتی در سیگنال سوئیچ اعمال نمی‌کند و مناسب می‌باشد. از طرفی به منظور کنترل موثر سیستم‌های غیرخطی پیچیده، سوئیچ می‌تواند مشخص شود. در اینجا فرض خواهیم کرد که سیگنال‌های سوئیچ مناسب توسط طراح تعیین می‌شوند.

یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های سیستم‌های سوئیچ‌شونده این است که پایداری و ویژگی‌های رفتاری زیرسیستم‌هایشان را به ارث نمی‌برند. به عنوان مثال در [۳] ثابت شده است که زیرسیستم‌های ناپایدار با استفاده از قوانین سوئیچ مناسب می‌توانند یک سیستم پایدار ایجاد کنند. در مقابل، برخی از سیگنال‌های سوئیچ، قابلیت ناپایدارسازی سیستمی متشکل از زیرسیستم‌های پایدار را دارند. با توجه به رفتار و ساختار پیچیده سیستم‌های سوئیچ‌شونده غیرخطی^۱ و نظر به این که بسیاری از سیستم‌های عملی دنیای واقعی به طور ذاتی سوئیچ‌شونده هستند، مساله کنترل و پایداری این نوع از سیستم‌ها به یک موضوع مهم پژوهشی تبدیل شده است. بر این اساس بسیاری از مطالعات به موضوع تحلیل پایداری و کنترل عملکرد سیستم‌های سوئیچ‌شونده اختصاص یافته است.

در [۴]، روش متوسط زمان ماندگاری^۲ برای ساخت توابع لیاپانف تکه‌ای به منظور طراحی الگوریتم کنترل فیدبک حالت برای پایداری سازی نمایی سیستم‌های سوئیچ‌شونده غیرخطی ارائه شده است. در این حالت، سیستم سوئیچ‌شونده برای قوانین سوئیچ با زمان ماندگاری بزرگ (یعنی زمان بین سوئیچ‌های متوالی) پایدار مجانبی خواهد بود. با این حال، اگر سیگنال سوئیچ از طریق ماهیت ذاتی سیستم به وجود آید، روش زمان ماندگاری، کارآیی نخواهد داشت. بنابراین، طراحی یک روش کنترل برای سیستم‌های سوئیچ‌شونده غیرخطی بدون محدودیت در سیگنال سوئیچ در شرایط عملی بسیار مهم است. بنابراین در برخی مطالعات مساله کنترل سیستم‌های سوئیچ‌شونده غیرخطی تحت سیگنال سوئیچ دلخواه مورد توجه قرار گرفته است. به عنوان مثال در [۵] یک دسته از سیستم‌های سوئیچ‌شونده غیرخطی آبخاری با استفاده از روش کنترل تطبیقی با قوانین سوئیچ دلخواه پایدار شده است. همچنین یک سیستم کنترل ردیابی مقاوم در برابر عیب برای سیستم‌های سوئیچ‌شونده غیرخطی نامعین تحت قوانین سوئیچ دلخواه در [۶] ارائه شده است.

به طور معمول پاسخ کامل کنترل مد لغزشی شامل دو مرحله است: فاز لغزشی و فاز رسیدن. می‌دانیم که در فاز رسیدن، سیستم‌ها به عدم قطعیت و اغتشاشات حساس هستند که ممکن است عملکرد سیستم را تخریب کند. برای حل این مشکل در [۷] یک مد لغزش

¹ Nonlinear switched system (NSS)

² Dwell Time

انتگرالی جدید پیشنهاد شده است که فاز رسیدن ندارد. با داشتن این ویژگی، کنترل مد لغزشی انتگرالی به طور گسترده‌ای در سیستم‌های مختلف کاربرد پیدا کرد. از طرفی می‌دانیم وقوع عیب در کاربردهای عملی اجتناب ناپذیر است که ممکن است عملکرد سیستم‌های کنترلی را خراب و باعث ناپایداری شود. از این رو، مطلوب است که عملکرد سیستم‌ها را در حضور عیب یا اغتشاشات ممکن در نظر بگیریم. در مرجع [۸]، مساله کنترل تحمل پذیر عیب برای یک دسته از سیستم‌های سوئیچ شونده غیرخطی تحت سوئیچ دلخواه و عیب‌های محرک قفل در محل^۱ و از دست دادن اثر^۲ مورد بررسی قرار گرفته است. در طراحی کنترل کننده، از منطق فازی برای شناسایی سیستم‌های سوئیچ شونده غیرخطی نامعلوم استفاده شده است. یک شکل کلی تر از مدل عیب در مرجع [۹] ارائه شده است. در این مقاله، عیب هر کانال محرک یا سنسور از طریق یک روش تصادفی اتفاق می‌افتد که توسط متغیر تصادفی اداره می‌شود. همچنین مساله کنترل H_{∞} برای یک دسته از سیستم‌های سوئیچ شونده گسسته ارائه شده است.

معمولاً وقتی که کران عدم قطعیت‌ها نامعین است، تخمین پارامترهای نامعین سیستم به کار برده می‌شود. به عنوان مثال در مرجع [۱۰]، کنترل کننده‌های پسگام تطبیقی برای پایدارسازی سیستم‌های سوئیچ شونده غیرخطی فیدبک خالص با پارامترهای نامعین ارائه شده‌اند. نتیجه اصلی ارائه شده این است که سیستم سوئیچ شونده غیرخطی در نظر گرفته شده تحت سیگنال سوئیچ دلخواه می‌تواند توسط کنترل کننده تطبیقی پایدار شود. از طرفی، ناحیه مرده بعنوان یکی از مهم‌ترین بلوک‌های غیرخطی در بسیاری از فرایندهای صنعتی شناخته شده است که حضور آن کنترل این کلاس از سیستم‌ها را مشکل می‌کند. یک روش کنترل ردیابی عصبی-تطبیقی برای سیستم‌های سوئیچ شونده غیرخطی نامعین با ورودی ناحیه مرده نامعین در [۱۱] ارائه شده است. همچنین مرجع [۱۲] ورودی ناحیه مرده را در مساله کنترل ردیابی تطبیقی سیستم‌های سوئیچ شونده غیرخطی زمان گسسته تحت یک دسته از سیگنال‌های سوئیچ با متوسط زمان ماندگاری مطالعه می‌کند.

تمام تحقیقات فوق و بیشتر مطالعات موجود در رابطه با پایداری سیستم‌های سوئیچ شونده غیرخطی، پایداری مجانبی لیاپانف سیستم حلقه بسته را با یک زمان نشست^۳ بی‌نهایت اثبات کرده است. چنین پایداری مجانبی‌ای در چندین موقعیت عملی که در آن سیستم نیاز دارد تا حالت‌ها در طول یک فاصله زمانی محدود ثابت به نقطه تعادل همگرا شوند، می‌تواند محافظه کارانه باشد. از برتری‌های کنترل زمان محدود نه تنها اثبات پایداری لیاپانف و رسیدن حالت‌ها در یک زمان مشخص به نقطه تعادل می‌باشد بلکه این است که سیستم‌های پایدار زمان محدود دارای ویژگی‌های رد بهتری در مقابل عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات هستند [۱۳].

به این ترتیب کنترل زمان محدود سیستم‌های سوئیچ شونده غیرخطی توجه محققان را به خود جلب کرده است و برخی از مقالات بر اساس سیگنال‌های سوئیچ زمان محدود این مساله را مورد توجه قرار داده‌اند [۱۴-۲۰]. در مقاله [۲۱] یک کنترل کننده تحمل پذیر عیب زمان محدود برای سیستم‌های سوئیچ شونده غیرخطی چند ورودی-چند خروجی با محدودیت‌های خروجی مورد بررسی قرار گرفته است. مساله پایداری زمان محدود برای سیستم‌های سوئیچ شونده غیرخطی با عدم قطعیت پارامتری در حضور اغتشاش غیر خطی در مرجع [۲۲] مورد مطالعه قرار گرفته است. با این حال، بسیاری از این مقاله‌ها فقط توانسته‌اند اثبات کنند که مسیرهای سیستم در یک زمان ثابت به یک کران مشخص محدود می‌شوند اما نمی‌توانند تضمین کنند که حالت‌های سیستم می‌توانند در یک زمان مشخص به نقطه تعادل سیستم نیز برسند. نقطه ضعف مهم پژوهش‌های قبلی این است که فرض می‌کنند سیستم‌های

¹ Lock-in-place

² Loss-of-effectiveness

³ Settling time

سوئیچ‌شونده غیرخطی شامل زیرسیستم‌های پایدار هستند به این ترتیب هنوز مساله پایداری سیستم‌های سوئیچ‌شونده غیرخطی تحت یک شرایط غیرمحافظة کارانه بر روی سیگنال سوئیچ، به عنوان یک چالش مهم مطرح می‌باشد. بنابراین طراحی کنترل کننده برای این سیستم‌ها با همه زیرسیستم‌های ناپایدار در عمل، چالش قابل توجهی دارد که در این مطالعه مورد بررسی قرار می‌گیرد.

این مقاله به مساله پایداری سازی یک دسته از سیستم‌های سوئیچ‌شونده غیرخطی در حضور اغتشاشات خارجی، عیب محرک و ورودی غیرخطی ناحیه مرده می‌پردازد. روش پیشنهادی بر اساس استراتژی کنترل مد لغزشی تطبیقی زمان محدود است که همگرایی زمان محدود هر دو فاز رسیدن و فاز لغزشی را تضمین می‌کند. استفاده از رویکرد تحلیلی لیاپانوف برای اثبات پایداری حالت تعادل تحت سوئیچ دلخواه باعث شده بتوانیم این الگوریتم را برای سیستم‌های سوئیچ‌شونده غیرخطی با منطق سوئیچ ذاتی استفاده کنیم. روش پیشنهادی از یک خمینه لغزشی انتگرالی برای طراحی دینامیک‌های مد لغزشی استفاده می‌کند. سپس یک قانون کنترل لغزشی تطبیقی مقاوم برای رسیدن حالت‌های سیستم در یک زمان محدود به سطح لغزشی و باقی ماندن بر روی آن طراحی شده است. پس از تجزیه و تحلیل دقیق ریاضی، یک شبیه‌سازی کامپیوتری، همگرایی سریع و ویژگی‌های مقاوم روش ارائه شده را نشان می‌دهد.

ساختار این مقاله به شرح زیر است: در بخش ۲، مدل سازی سیستم، فرض‌ها و لم‌های پایداری ارائه شده است. در بخش ۳، طراحی کنترل کننده تحمل پذیر عیب برای سیستم‌های سوئیچ‌شونده غیرخطی در حضور عیب محرک و ورودی غیرخطی ناحیه مرده پیشنهاد شده است. دو مثال عددی در بخش ۴ شبیه‌سازی شده است و نهایتاً بخش ۵ مقاله را با نتیجه‌گیری به پایان می‌رساند.

نماد گذاری: در این مقاله به جای استفاده از عبارت $|\varphi|^h \operatorname{sgn}(\varphi)$ ، از عبارت $\operatorname{sig}^h(\varphi)$ استفاده شده است.

۲- مدل سازی سیستم و بیان مساله

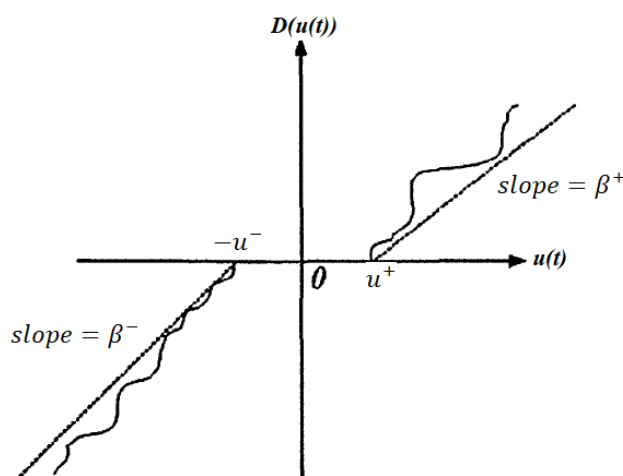
در این تحقیق، ما یک کلاس از سیستم‌های سوئیچ‌شونده غیرخطی با زیرسیستم‌های غیرخطی Π بعدی را در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم m زیرسیستم داریم که زیرسیستم i ام ($i = 1, 2, \dots, m$) توسط مدل نرمال یا کانونیکال زیر بیان می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{x}_j = x_{j+1} & 1 \leq j \leq n-1 \\ \dot{x}_n = f^{\sigma(t)}(X, t) + D(u^{\sigma(t)}(t)) + u_f^{\sigma(t)}(t) + d^{\sigma(t)}(t) \end{cases} \quad (1)$$

که در آن $X(t) = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathcal{R}^{n \times 1}$ بردار حالت زیرسیستم است، $\sigma(t): \mathcal{R}^+ \rightarrow \mathcal{Q} \triangleq \{1, 2, \dots, q\}$ سیگنال سوئیچ را که یک تابع ثابت تکه‌ای پیوسته از راست بر حسب t می‌باشد، نشان می‌دهد و می‌تواند توسط دنباله سوئیچ‌شونده $\{(i_0, t_0), (i_1, t_1), \dots, (i_N, t_N) | i_k \in \mathcal{Q}\}$ بیان شود، که در آن $\sigma(t) = i_k$ دلالت بر این دارد که وقتی $t \in [t_k, t_{k+1}]$ است زیرسیستم i_k ام فعال می‌شود، $f^{\sigma(t)}(X, t) \in \mathcal{R}$ تابع غیرخطی پیوسته بر حسب X و t ، $u_f^{\sigma(t)}(t)$ عیب محرک، $d^{\sigma(t)}(t) \in \mathcal{R}$ اغتشاش خارجی و $D(u^{\sigma(t)}(t))$ ورودی غیرخطی ناحیه مرده را با ویژگی (۲) به صورت نمایش داده شده در شکل ۱ توصیف می‌کند [۲۳]:

$$\begin{cases} (u^{\sigma(t)}(t) - u^+)D(u^{\sigma(t)}(t)) \geq \beta^+(u^{\sigma(t)}(t) - u^+)^2, & u^{\sigma(t)}(t) > u^+ \\ 0, & -u^- < u^{\sigma(t)}(t) < u^+ \\ (u^{\sigma(t)}(t) + u^-)D(u^{\sigma(t)}(t)) \geq \beta^-(u^{\sigma(t)}(t) + u^-)^2, & u^{\sigma(t)}(t) < -u^- \end{cases} \quad (2)$$

که در آن، $u^+ > 0$ و $u^- > 0$ نقاط شکست ورودی غیرخطی و β^+ و β^- بهره های کاهش می باشند.



شکل ۱. ورودی غیرخطی ناحیه مرده [۲۳]

فرض ۱: معمولاً قسمت های نامعین سیستم مانند اغتشاشات خارجی و عیب محرک در عمل کراندار می باشند. بنابراین فرض خواهیم کرد،

$$|u_f^{\sigma(t)}(t)| < F, \quad |d^{\sigma(t)}(t)| < D \quad (۳)$$

که در آن، F و D ثابت های نامعلوم می باشند.

تعریف ۱: در صورتی که برای سیستم غیرخطی $\dot{z} = f(z, u)$ ، شرایط اولیه به صورت $z(t_0) = z_0$ باشد آنگاه نقطه تعادل $z = 0$ پایدار زمان محدود خواهد بود، اگر یک زمان نشست محدود $T(z_0)$ وجود داشته باشد طوری که $\lim_{t \rightarrow T} \|z(t)\| = 0$ باشد و برای $t \geq T$ شرط $\|z(t)\| = 0$ برقرار باشد.

تعریف ۲: نقطه تعادل $z = 0$ سیستم غیرخطی $\dot{z} = f(z, u)$ در صورتی پایدار زمان محدود عملی خواهد بود که برای تمام شرایط اولیه، $z(t_0) = z_0$ و ثابت $\varepsilon > 0$ و یک زمان نشست محدود $T(\varepsilon, z_0)$ وجود داشته باشد طوری که شرط $\|z(t)\| < \varepsilon$ برای تمام $t \geq t_0 + T$ برآورده شود [۲۴].

توجه ۱: هدف اصلی این مقاله، طراحی یک کنترل کننده تحمل پذیر عیب مد لغزشی تطبیقی زمان محدود برای تضمین پایداری سراسری نقطه تعادل مبدا برای سیستم های سوئیچ شونده غیرخطی کانونیکال در حضور اغتشاشات خارجی، ورودی غیرخطی ناحیه مرده و عیب محرک تحت سیگنال های سوئیچ دلخواه می باشد.

توجه ۲: به طور کلی، مدل کانونیکال (۱) نشان دهنده سیستم های عملی مختلف مانند بازوهای مکانیکی روبات، سیستم های جرم-فر-دمپر، دینامیک های ساختاری و بسیاری از سیستم های مکانیکی می باشد. علاوه بر این، یک دسته گسترده ای از سیستم ها می توانند با استفاده از برخی نگاشت های تبدیل به فرم کانونیکال تبدیل شوند [۲۵].

۳- طراحی کنترل کننده

در این بخش الگوریتم طراحی مد لغزشی تطبیقی پیشنهاد شده برای پایدارسازی زمان محدود سیستم‌های سوئیچ شونده غیرخطی مدل شده در (۱) ارائه شده است. به طور کلی یک استراتژی کنترل مد لغزشی دارای دو مرحله است. گام اول طراحی یک خمینه لغزشی با خواص دینامیکی مطلوب و گام دوم ایجاد یک سیگنال کنترلی مناسب برای اطمینان از اینکه حالت‌های سیستم در یک زمان محدود به خمینه لغزشی می‌رسند و برای زمان‌های بعدی روی آن باقی می‌مانند.

۳-۱- طراحی خمینه لغزشی

با توجه به کار انجام شده در [۲۶] به عنوان اولین مرحله از روش طراحی پیشنهادی، ابتدا یک خمینه لغزشی غیرخطی انتگرالی منحصر به فرد به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$s(t) = x_n(t) + \int_0^t \sum_{j=1}^n c_j \operatorname{sig}^{\alpha_j}(x_j(\tau)) d\tau \quad (4)$$

در آن c_j و α_j ($j = 1, 2, \dots, n$) ثابت‌های مثبت سطح لغزشی هستند که بعداً به دست خواهیم آورد. مشتق مرتبه اول سطح لغزشی به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\dot{s}(t) = \dot{x}_n(t) + \sum_{j=1}^n c_j \operatorname{sig}^{\alpha_j}(x_j) = \quad (5)$$

با جایگذاری (۵) در مدل (۱)، دینامیک مد لغزشی به فرم زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{x}_j = x_{j+1} & 1 \leq j \leq n-1 \\ \dot{x}_n = -\sum_{j=1}^n c_j \operatorname{sig}^{\alpha_j}(x_j) & j = n \end{cases} \quad (6)$$

بات و برنشتاین [۲۷] ثابت کرده‌اند که برای تضمین پایداری زمان محدود نقطه تعادل صفر دینامیک مد لغزشی (۶)، بایستی ثابت‌های c_j به گونه‌ای انتخاب شوند که مقادیر ویژه ماتریس A ارائه شده در زیر دارای بخش حقیقی منفی باشند یا به عبارتی هورویتر باشند.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ & & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 & -c_4 & \dots & -c_n \end{bmatrix} \quad (7)$$

و ثابت‌های α_j نیز باید از تساوی‌های زیر پیروی کنند.

$$\begin{cases} \alpha_1 = \alpha, & n = 1 \\ \alpha_{j-1} = \frac{\alpha_j \alpha_{j+1}}{2\alpha_{j+1} - \alpha_j}, & j = 2, 3, \dots, n \quad \forall n \geq 2 \end{cases} \quad (8)$$

بنابراین با انتخاب مقادیر مناسب c_j ها و α_j ها، دینامیک مد لغزشی (۶) پایدار زمان محدود خواهد بود.

۳-۲- طراحی قانون کنترل لغزشی تطبیقی

هدف سیگنال کنترل لغزشی این است که مسیرهای حالت سیستم سوئیچ شونده غیرخطی (۱) در حضور اغتشاشات، ورودی غیرخطی ناحیه مرده، عیب محرک و تحت منطق سوئیچ دلخواه، خود را در یک زمان محدود به سطح لغزشی (۴) برساند و برای

همیشه روی آن نگه دارد. در این جا برای جبران اثرات ورودی ناحیه مرده و عیب محرک وارد شده به سیستم یک قانون کنترل لغزشی مقاوم برای سیستم تعریف شده است که باعث تضمین پایداری زمان محدود و حذف اثرات چترینگ شده است. بنابراین، سیگنال کنترل نهایی برای هر زیرسیستم در (۱) به شرح زیر پیشنهاد می شود.

$$u^{\sigma(t)}(t) = \begin{cases} -\rho_{\min} A^{\sigma(t)}(X, t) - u^-, & s(t) > 0 \\ 0, & s(t) = 0 \\ \rho_{\max} A^{\sigma(t)}(X, t) + u^+, & s(t) < 0 \end{cases} \quad (9)$$

که در آن $\beta_{\min} = \min\{\beta^+, \beta^-\}$ ، $\rho_{\max} = 1/\beta_{\max}$ ، $\rho_{\min} = 1/\beta_{\min}$ به صورت زیر می باشد.

$$A^{\sigma(t)}(X, t) = |f^{\sigma(t)}(X, t)| + |\sum_{j=1}^n c_j \text{sig}^{\alpha_j}(x_j)| + \hat{F}(t) + \hat{D}(t) + \eta \quad (10)$$

که در آن η یک ثابت مثبت بوده، $\hat{D}(t)$ و $\hat{F}(t)$ پارامترهای تطبیقی برای مقابله با پارامترهای D و F می باشند و با استفاده از قانون به روزرسانی زیر به دست می آیند.

$$\dot{\hat{F}}(t) = \gamma |s(t)|, \quad \hat{F}(0) \geq 0 \quad (11)$$

$$\dot{\hat{D}}(t) = \psi |s(t)|, \quad \hat{D}(0) \geq 0$$

با در نظر گرفتن شرایط اولیه فوق و با توجه به قوانین تطبیقی، همواره عبارت زیر برقرار خواهد بود.

$$\hat{F}(t) \geq 0, \quad \hat{D}(t) \geq 0 \quad (12)$$

در ادامه، پایداری زمان محدود (عملی) مرحله رسیدن هر زیرسیستم در (۱) اثبات می شود.

قضیه ۱: سیستم (۱) را با ورودی غیرخطی ناحیه مرده، عیب محرک و اغتشاشات خارجی در نظر بگیرید. اگر ورودی کنترل تحمل پذیر عیب به صورت (۹) انتخاب شود و قوانین تطبیقی به صورت (۱۱) انتخاب شوند آن گاه تضمین شود که حالت های سیستم (۱) به معنای تعریف ۱ (یا تعریف ۲) به $s(t) = 0$ خواهند رسید.

اثبات پایداری: تابع لیاپانوف کاندید برای سیستم (۱) را به صورت زیر انتخاب می کنیم.

$$\mathcal{V}(t) = \frac{1}{2} s^2(t) + \frac{1}{2\gamma} (\hat{F}(t) - F)^2 + \frac{1}{2\psi} (\hat{D}(t) - D)^2 \quad (13)$$

مشتق زمانی مرتبه اول $\mathcal{V}(t)$ را به شرح زیر خواهیم داشت:

$$\dot{\mathcal{V}}(t) = s(t)\dot{s}(t) + \frac{1}{\gamma} \dot{\hat{F}}(t)(\hat{F}(t) - F) + \frac{1}{\psi} \dot{\hat{D}}(t)(\hat{D}(t) - D) \quad (14)$$

با جایگذاری $\dot{s}(t)$ از رابطه (۵) خواهیم داشت:

$$\dot{\mathcal{V}}(t) = s(t) \left(f^{\sigma(t)}(X, t) + D \left(u^{\sigma(t)}(t) \right) + u_f^{\sigma(t)}(t) + d^{\sigma(t)}(t) + \sum_{j=1}^n c_j \text{sig}^{\alpha_j}(x_j) \right) + \frac{1}{\gamma} \dot{\hat{F}}(t)\hat{F}(t) - \frac{1}{\gamma} \dot{\hat{F}}(t)F + \frac{1}{\psi} \dot{\hat{D}}(t)\hat{D}(t) - \frac{1}{\psi} \dot{\hat{D}}(t)D \quad (15)$$

با توجه به فرض ۱ داریم:

$$\dot{V}(t) \leq s(t) \left(f^{\sigma(t)}(X, t) + D \left(u^{\sigma(t)}(t) \right) + \sum_{j=1}^n c_j \operatorname{sig}^{\alpha_j}(x_j) \right) + F|s(t)| + D|s(t)| + \frac{1}{\gamma} \dot{F}(t)F(t) - \frac{1}{\gamma} \dot{F}(t)F + \frac{1}{\psi} \dot{D}(t)\hat{D}(t) - \frac{1}{\psi} \dot{D}(t)D \quad (16)$$

همچنین با اعمال قوانین تطبیقی (۱۱) می توان نوشت:

$$\dot{V}(t) \leq s(t) \left(f^{\sigma(t)}(X, t) + D \left(u^{\sigma(t)}(t) \right) + \sum_{j=1}^n c_j \operatorname{sig}^{\alpha_j}(x_j) \right) + |s(t)|\hat{F}(t) + |s(t)|\hat{D}(t) \quad (17)$$

از طرفی برای $s(t) > 0$ از رابطه (۹) مشخص است که $u^{\sigma(t)}(t) < -u^-$ است و همچنین با توجه به رابطه (۹) و (۲) و اینکه $A^{\sigma(t)}(X, t) > 0$ است، داریم:

$$\begin{aligned} &\Rightarrow (u^{\sigma(t)}(t) + u^-)D(u^{\sigma(t)}(t)) \geq \beta^-(u^{\sigma(t)}(t) + u^-)^2 \\ &\Rightarrow -\rho_{\min}A^{\sigma(t)}(X, t)D(u^{\sigma(t)}(t)) \geq \beta^-\rho_{\min}^2(A^{\sigma(t)})^2(X, t) \\ &\Rightarrow -\rho_{\min}D(u^{\sigma(t)}(t)) \geq \beta^-\left(\frac{1}{\beta_{\min}}\right)\rho_{\min}A^{\sigma(t)}(X, t) \end{aligned} \quad (18)$$

از آنجایی که در $s(t) > 0$ ، $\beta_{\min} = \beta^-$ می‌باشد، لذا با جایگذاری آن در رابطه بالا، ساده‌سازی و ضرب طرفین در عبارت $-|s(t)|$ خواهیم داشت:

$$|s(t)|D(u^{\sigma(t)}(t)) \leq -A^{\sigma(t)}(X, t)|s(t)| \quad (19)$$

از آنجایی که برای $s(t) > 0$ همواره عبارت $|s(t)| = s(t)$ برقرار است، رابطه (۲۰) به شرح زیر می‌باشد:

$$s(t)D(u^{\sigma(t)}(t)) \leq -A^{\sigma(t)}(X, t)|s(t)| \quad (20)$$

و به همین ترتیب برای $s(t) < 0$ با توجه به (۹) مشخص است که $u^{\sigma(t)}(t) > u^+$ حال با توجه به (۲)، (۹) و اینکه $A^{\sigma(t)}(X, t) > 0$ است، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} &\Rightarrow (u^{\sigma(t)}(t) - u^+)D(u^{\sigma(t)}(t)) \geq \beta^+(u^{\sigma(t)}(t) - u^+)^2 \\ &\Rightarrow \rho_{\max}A^{\sigma(t)}(X, t)D(u^{\sigma(t)}(t)) \geq \beta^+\rho_{\max}^2(A^{\sigma(t)})^2(X, t) \\ &\Rightarrow \rho_{\max}D(u^{\sigma(t)}(t)) \geq \beta^+\left(\frac{1}{\beta_{\max}}\right)\rho_{\max}A^{\sigma(t)}(X, t) \end{aligned} \quad (21)$$

از آنجایی که $s(t) < 0$ ، $\beta_{\max} = \beta^+$ ، لذا با ضرب $|s(t)|$ در نظر گرفتن $|s(t)| = -s(t)$ برای $s(t) < 0$ داریم:

$$s(t)D(u^{\sigma(t)}(t)) \leq -A^{\sigma(t)}(X, t)|s(t)| \quad (22)$$

با استفاده از روابط (۲۰) و (۲۲) می توان برای تمام محدوده $-\infty < s(t) < +\infty$ رابطه زیر را نوشت:

$$s(t)D(u^{\sigma(t)}(t)) \leq -A^{\sigma(t)}(X, t)|s(t)| \quad (23)$$

با جایگذاری رابطه (۲۳) در رابطه (۱۷) داریم،

$$\dot{V}(t) \leq -A^{\sigma(t)}(X, t)|s(t)| + s(t)(f^{\sigma(t)}(X, t) + \sum_{j=1}^n c_j \text{sig}^{\alpha_j}(x_j)) + |s(t)|\hat{F}(t) + |s(t)|\hat{D}(t) \quad (24)$$

از طرفی با استفاده از رابطه (۱۰) و جایگذاری آن در رابطه (۲۴) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq -|s(t)||f^{\sigma(t)}(X, t)| - |s(t)|\left|\sum_{j=1}^n c_j \text{sig}^{\alpha_j}(x_j)\right| - |s(t)|\hat{F}(t) - |s(t)|\hat{D}(t) - \eta|s(t)| + \\ &s(t)f^{\sigma(t)}(X, t) + s(t)\sum_{j=1}^n c_j \text{sig}^{\alpha_j}(x_j) + |s(t)|\hat{F}(t) + |s(t)|\hat{D}(t) \leq -|s(t)||f^{\sigma(t)}(X, t)| - \\ &|s(t)|\left|\sum_{j=1}^n c_j \text{sig}^{\alpha_j}(x_j)\right| - |s(t)|\hat{F}(t) - |s(t)|\hat{D}(t) - \eta|s(t)| + |s(t)|f^{\sigma(t)}(X, t) + \\ &|s(t)|\sum_{j=1}^n c_j \text{sig}^{\alpha_j}(x_j) + |s(t)|\hat{F}(t) + |s(t)|\hat{D}(t) \end{aligned} \quad (25)$$

پس از ساده سازی نابرابری فوق خواهیم داشت:

$$\dot{V}(t) \leq -\eta|s(t)| \quad (26)$$

از آنجا که $\dot{V}(t) \leq 0$ به دست آمده است، پایداری لیاپانوف نشان داده شده تضمین می کند که حالت‌های سیستم (۱) به طور مجانبی به $s(t) = 0$ همگرا می شوند. برای تکمیل روند اثبات در ادامه نشان داده خواهد شد که همگرایی به $s(t) = 0$ در یک زمان محدود اتفاق می افتد.

اثبات زمان محدود بودن: برای این کار، ابتدا $v_s(t)$ را به شرح زیر تعریف می کنیم،

$$v_s(t) = 0.5s^2(t) \leq v(t) \quad (27)$$

با توجه به تعریف فوق، نابرابری (۲۶) را می توان به صورت زیر تصحیح کرد:

$$\dot{V}(t) \leq -\eta|s(t)| = -\eta\sqrt{2}\sqrt{v_s(t)} \quad (28)$$

می توان ثابت $\mu > 0$ را به گونه ای در نظر گرفت که [۲۸]

$$-\sqrt{v_s(t)} \leq -\mu\sqrt{v(t)} \quad (29)$$

با استفاده از (۲۸) و (۲۹) می توانیم به دست آوریم:

$$\dot{v}(t) \leq -\eta\sqrt{2}\sqrt{v_s(t)} \rightarrow \frac{\dot{v}(t)}{\sqrt{v(t)}} \leq -\eta\mu\sqrt{2} \quad (30)$$

با انتگرال گیری از طرفین رابطه (۳۰) خواهیم داشت،

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^t \frac{\dot{v}(\tau)}{\sqrt{v(\tau)}} d\tau &\leq -\int_{t_0}^t \eta\mu\sqrt{2} d\tau \\ \rightarrow 2 \left[\sqrt{v(t)} - \sqrt{v(t_0)} \right] &\leq -\eta\mu\sqrt{2} (t - t_0) \end{aligned}$$

$$\rightarrow \sqrt{v(t)} \leq \sqrt{v(t_0)} - \sqrt{0.5} \eta \mu (t - t_0) \quad (31)$$

از آنجا که $\dot{v}(t) \leq 0$ در (۲۶) به دست آمده است، عبارت $\sqrt{v(t_0)} - \sqrt{0.5} \eta \mu (t - t_0)$ در (۳۱) نمی تواند منفی باشد (یعنی حداقل باید صفر باشد). با توجه به این نکته خواهیم داشت،

$$\begin{cases} \sqrt{v(t)} \leq \sqrt{v(t_0)} - \sqrt{0.5} \eta \mu (t - t_0), & t_0 \leq t \leq \sqrt{v(t_0)} / \sqrt{0.5} \eta \mu + t_0 \\ v(t) \equiv 0, & t > \sqrt{v(t_0)} / \sqrt{0.5} \eta \mu + t_0 \end{cases} \quad (32)$$

در نهایت می توان نتیجه گرفت که حرکت لغزشی هر زیرسیستم در (۱) به معنای تعریف ۱، در یک زمان محدود برابر با $T_r \leq \sqrt{v(t_0)} / \sqrt{0.5} \eta \mu + t_0$ اتفاق می افتد.

برای حالت عدم وجود μ ، نابرابری (۲۹) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\mu \sqrt{v(t)} \leq + \frac{\varepsilon}{\eta \sqrt{2}} \rightarrow -\eta \sqrt{2} \sqrt{v_s(t)} \leq -\eta \mu \sqrt{2} \sqrt{v(t)} + \varepsilon \quad (33)$$

که در آن، $\varepsilon > 0$ یک ثابت می باشد.

بر این اساس، ناتساوی (۳۰) به صورت $\dot{v}(t) \leq -\eta \mu \sqrt{2} \sqrt{v(t)} + \varepsilon = -\eta \mu \rho \sqrt{2} \sqrt{v(t)} + \varepsilon$ بازنویسی می گردد که در آن $0 < \rho < 1$ یک ثابت است.

با تعریف $\Omega_z = \{z | \sqrt{v(t)} \leq \varepsilon / ((1 - \rho) \eta \mu \sqrt{2})\}$ ، $z = [s, \hat{F} - F, \hat{D} - D]^T$ و $\bar{\Omega}_z = \{z(t) | \sqrt{v(t)} > \varepsilon / ((1 - \rho) \eta \mu \sqrt{2})\}$ برای $z(t) \in \bar{\Omega}_z$ خواهیم داشت:

$$\dot{v}(t) \leq -\eta \mu \rho \sqrt{2} \sqrt{v(t)} \quad (34)$$

با انتگرال گیری از طرفین رابطه (۳۴) داریم:

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^t \frac{\dot{v}(\tau)}{\sqrt{v(\tau)}} d\tau &\leq - \int_{t_0}^t \eta \mu \rho \sqrt{2} d\tau \\ \rightarrow 2 [\sqrt{v(t)} - \sqrt{v(t_0)}] &\leq -\eta \mu \sqrt{2} (t - t_0) \\ \rightarrow \sqrt{v(t)} &\leq \sqrt{v(t_0)} - \sqrt{0.5} \eta \mu (t - t_0) \end{aligned} \quad (35)$$

نابرابری فوق حاکی از آن است که $v(t)$ در یک زمان محدود، برابر است با $T_r \leq \frac{\sqrt{2}}{\eta \mu \rho} \left(\sqrt{v(t_0)} - \frac{\varepsilon \sqrt{0.5}}{(1 - \rho) \eta \mu} \right) + t_0$ به کران مجموعه $\bar{\Omega}_z$ که برابر با $\varepsilon / ((1 - \rho) \eta \mu \sqrt{2})$ است، خواهد رسید. این بدان معناست که برای مورد $z(t) \in \Omega_z$ ، مسیرها از مجموعه Ω_z خارج نخواهند شد. به این ترتیب حالت های $x(t)$ سیستم در معنای پایداری زمان محدود عملی طبق تعریف ۲ و بر مبنای رابطه (۲۶)، به محدوده ی کوچکی از $s(t) = 0$ نزدیک خواهند شد و بعد از رسیدن به مجموعه Ω_z به $s(t) = 0$ همگرا خواهند شد. بنابراین اثبات کامل می شود.

۴- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش با استفاده از نتایج شبیه‌سازی، نشان داده شده است که سیستم مورد نظر علی‌رغم وجود اغتشاشات خارجی، ورودی غیرخطی ناحیه مرده، عیب محرک و قوانین سوئیچ دلخواه، عملکرد مطلوبی داشته و پایداری سیستم تضمین شده است. همچنین نتایج به دست آمده در این مقاله با نتایج پژوهش [۲۸] مقایسه شده است. در مقاله [۲۸] از یک روش کنترل مدلفزشی تطبیقی برای کنترل سیستم‌های سوئیچ شونده غیرخطی کانونیکال در حضور ورودی غیرخطی اشباع استفاده شده است. شبیه‌سازی‌ها در محیط MATLAB و SIMULINK انجام شده که در ادامه با استفاده از دو مثال به بررسی نتایج به دست آمده می‌پردازیم.

۴-۱- مثال ۱

سیستم آشوبناک سیستمی است که مسیرهای حالت آن به صورت محلی ناپایدار ولی به صورت سراسری پایدار هستند. از آن‌جا که این سیستم‌ها به تغییرات هر یک از پارامترها و شرایط اولیه بسیار حساس هستند، لذا حضور هر نوع اختلال در ورودی کنترل می‌تواند منجر به حرکت‌های غیرقابل پیش‌بینی و نامطلوبی در این سیستم‌ها گردد. بنابراین در نظر گرفتن اثرات اغتشاش، ورودی غیرخطی ناحیه مرده و عیب محرک در طراحی کنترل کننده برای این نوع از سیستم‌ها در کاربردهای واقعی بسیار قابل توجه است. به همین منظور یک سیستم سوئیچ شونده غیرخطی مرتبه ۳ با دو زیرسیستم آشوبناک را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

زیرسیستم ۱: سیستم Genesio [۲۹]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = x_1^2 - 6x_1 - 2.92x_2 - 1.2x_3 + D(u^{\sigma(t)}(t)) + u_f^{\sigma(t)}(t) + d^{\sigma(t)}(t) \end{cases} \quad (36)$$

زیرسیستم ۲: سیستم Arneodo [۲۹]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = x_1^3 - 5/5x_1 - 3.5x_2 - x_3 + D(u^{\sigma(t)}(t)) + u_f^{\sigma(t)}(t) + d^{\sigma(t)}(t) \end{cases} \quad (37)$$

که در هر دو زیرسیستم، اغتشاشات خارجی $d^{\sigma(t)}(t)$ به صورت زیر،

$$d^{\sigma(t)}(t) = 0.1 \sin(t) \quad (38)$$

عیب محرک $u_f^{\sigma(t)}(t)$ به صورت،

$$u_f^{\sigma(t)}(t) = \begin{cases} 0.25 \sin(2t) + 0.2, & 5 \leq t \leq 6.5 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (39)$$

و ورودی غیرخطی ناحیه مرده $D(u^{\sigma(t)}(t))$ به صورت زیر هستند:

$$D(u^{\sigma(t)}(t)) = \begin{cases} 15.1 - 0.15 \cos(u^{\sigma(t)}(t))(u^{\sigma(t)}(t) - u^+), & u^{\sigma(t)}(t) > u^+ \\ 0, & -u^- < u^{\sigma(t)}(t) < u^+ \\ 1.1 + 0.1 \sin(u^{\sigma(t)}(t))(u^{\sigma(t)}(t) + u^-), & u^{\sigma(t)}(t) < -u^- \end{cases} \quad (40)$$

که در آن $u^+ = u^- = 0.1$ می‌باشد. به خوبی معلوم است که هر دو سیستم Genesio و Arneodo رفتارهای آشوبناک را نشان می‌دهند. بنابراین هدف این است که نوسانات آشوبناک را حذف کرده و مبدا را برای کل سیستم سوئیچ شونده غیرخطی پایدار کنیم. برای این منظور ابتدا خمینه لغزشی را به صورت زیر تنظیم می‌کنیم:

$$s(t) = x_3 + \int_0^t \left(10 |x_3|^{\frac{7}{10}} \operatorname{sgn}(x_3) + 10 |x_2|^{\frac{7}{13}} \operatorname{sgn}(x_2) + 10 |x_1|^{\frac{7}{16}} \operatorname{sgn}(x_1) \right) d\tau \quad (41)$$

در ادامه سیگنال ورودی کنترلی را به صورت زیر انتخاب می‌کنیم:

$$u^{\sigma(t)}(t) = \begin{cases} -\rho A^{\sigma(t)}(X, t) - 0/1, & s(t) > 0 \\ 0, & s(t) = 0 \\ \rho A^{\sigma(t)}(X, t) + 0/1, & s(t) < 0 \end{cases} \quad (42)$$

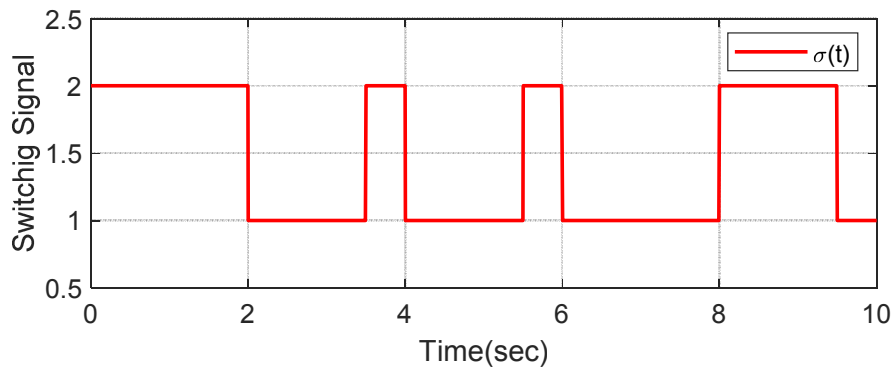
که در آن $\beta_{\min} = \min\{\beta^+, \beta^-\}$ ، $\rho = 1/\beta_{\min}$ و $A^{\sigma(t)}(X, t)$ به صورت زیر می‌باشد.

$$A^{\sigma(t)}(X, t) = |f^{\sigma(t)}(X, t)| + 10 |x_3|^{\frac{7}{10}} |\operatorname{sgn}(x_3)| + 10 |x_2|^{\frac{7}{13}} |\operatorname{sgn}(x_2)| + 10 |x_1|^{\frac{7}{16}} |\operatorname{sgn}(x_1)| + \hat{F}(t) + \hat{D}(t) + 1 \quad (43)$$

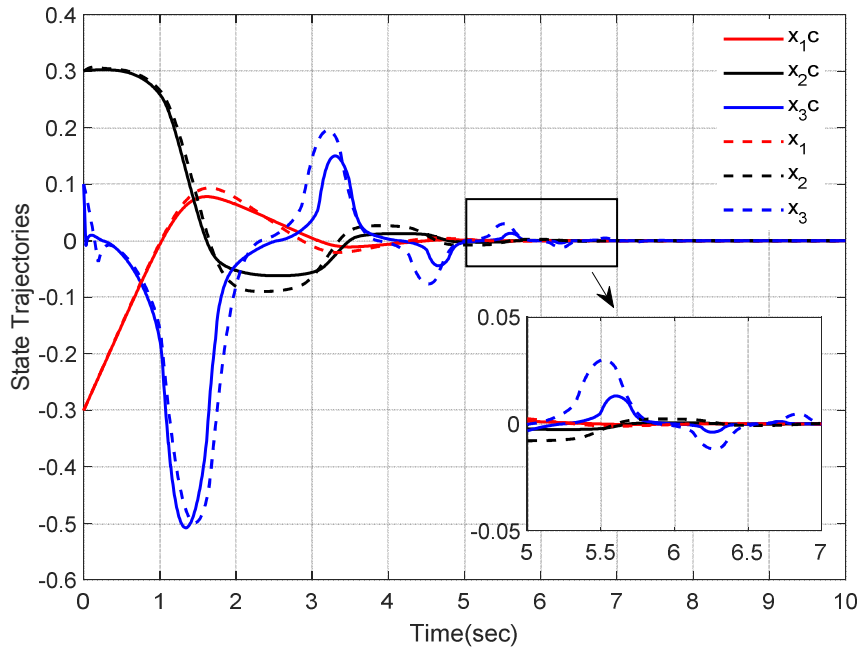
و قوانین تطبیقی به صورت زیر انتخاب می‌شوند.

$$\begin{aligned} \hat{F}(t) &= |s(t)|, & \hat{F}(0) &= 0 \\ \hat{D}(t) &= |s(t)|, & \hat{D}(0) &= 0 \end{aligned} \quad (44)$$

مقادیر اولیه هر دو زیرسیستم به طور تصادفی به صورت $x_3(0) = 0.1$ و $x_2(0) = 0.3$ ، $x_1(0) = -0.3$ تنظیم می‌شوند. برای مقایسه نتایج روش پیشنهادی با مرجع [۲۸]، یک سیگنال سوئیچ دلخواه به صورت نمایش داده شده در شکل ۲ به هر دو کنترل کننده اعمال شده است. مسیرهای حالت سیستم سوئیچ شونده غیرخطی برای روش پیشنهادی (خطوط ممتد) و همچنین روش مورد مقایسه (خطوط خط چین) در شکل ۳ ترسیم شده‌اند.

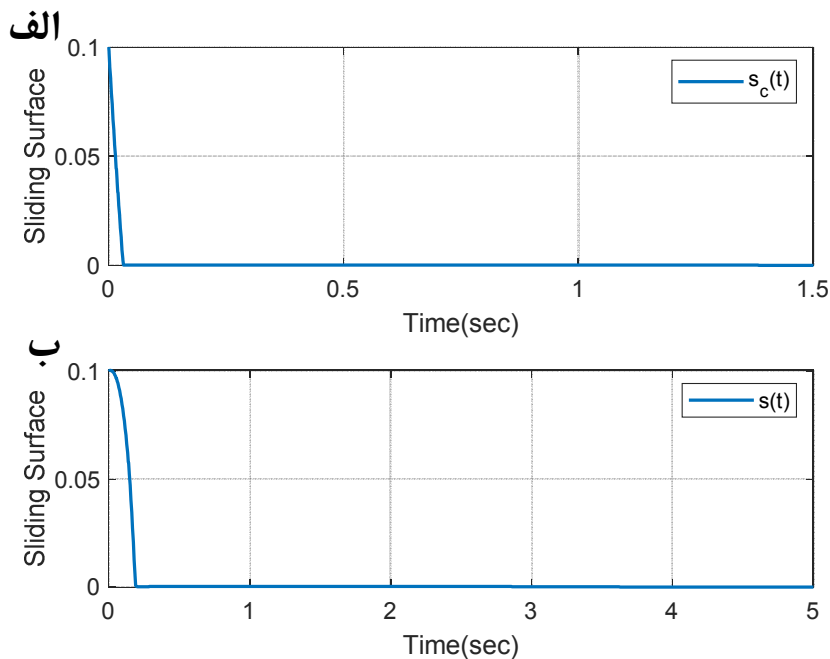


شکل ۲. سیگنال سوئیچ دلخواه برای مثال ۱



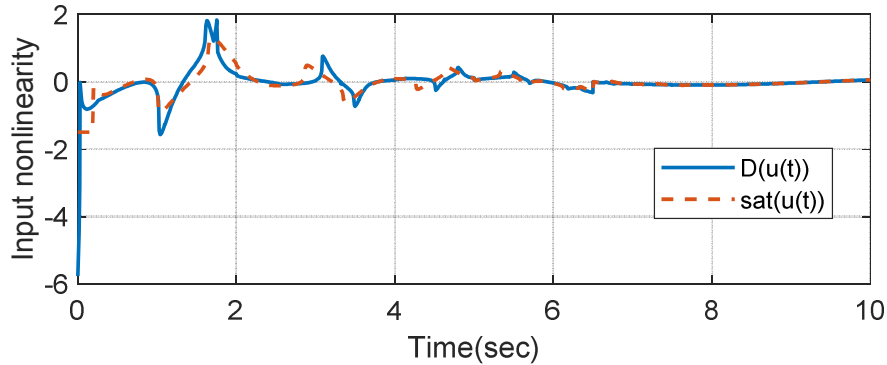
شکل ۳. مسیرهای حالت سیستم سوئیچ شونده غیرخطی کنترل شده برای مثال ۱

مشاهده می‌کنیم که تمامی حالت‌ها در روش پیشنهادی در زمان کمتر از ۶/۵ ثانیه و سریعتر از روش ارائه شده در مرجع [۲۸] به صفر می‌رسند. هیچ خطای حالت ماندگاری در پاسخ سیستم وجود ندارد. این بدان معنی است که روش کنترل پیشنهادی در برابر عدم قطعیت‌های سیستم و اغتشاشات خارجی حتی بدون نیاز به اطلاعاتی در مورد ساختار آن‌ها، مقاومت خوبی نشان می‌دهد. همچنین وجود ورودی غیرخطی ناحیه مرده و عیب محرک بر روی عملکرد سیستم حلقه بسته تأثیری نداشته و هدف پایداری زمان محدود حاصل شده است. پاسخ زمانی خمینه لغزشی برای روش پیشنهادی در شکل ۴ الف و برای روش مورد مقایسه در شکل ۴ ب نشان داده شده است.

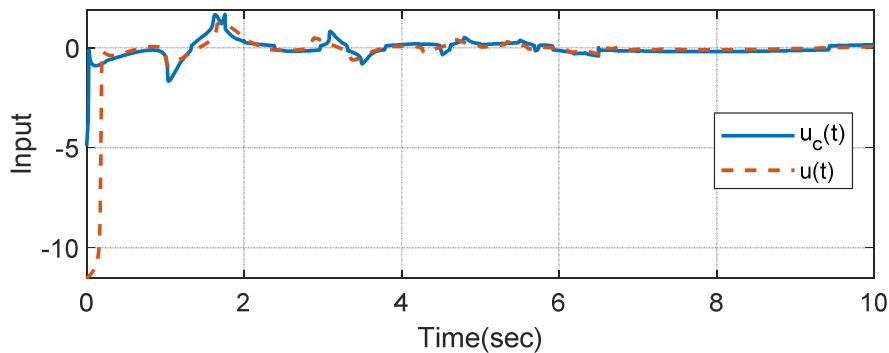


شکل ۴. پاسخ زمانی خمینه لغزشی برای مثال ۱ (الف) کنترل کننده پیشنهادی (ب) کنترل کننده مرجع [۲۸]

به وضوح دیده می‌شود که خمینه لغزشی در یک زمان محدود به صفر می‌رسد. علاوه بر این، می‌توان نتیجه گرفت که سوئیچ بین زیرسیستم‌ها تاثیر جدی بر روی دینامیک مد لغزشی ندارد. تحولات زمانی ورودی کنترل برای روش پیشنهادی در حضور ناحیه مرده و بدون آن در شکل‌های ۵ و ۶ به ترتیب ارائه شداند. نتایج حاصل (خطوط ممتد) با نتایج پژوهش مرجع [۲۸] که در شکل بصورت خطوط خط چین می‌باشد، مقایسه گردیده است.

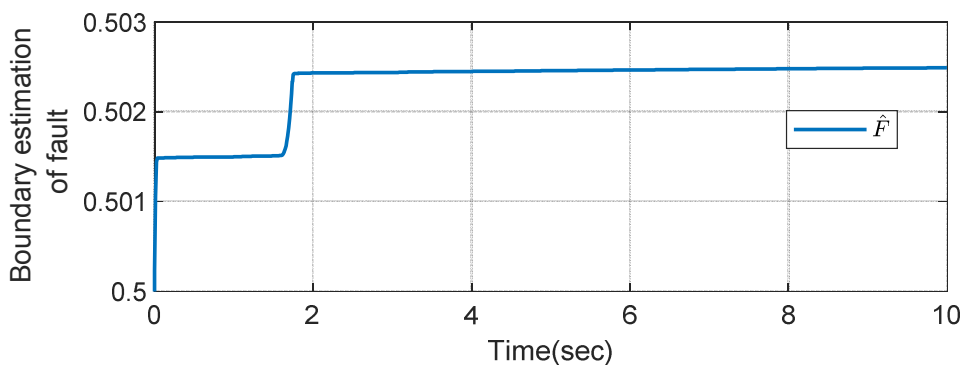


شکل ۵. تحول زمانی ورودی کنترل با غیرخطی ناحیه مرده برای مثال ۱

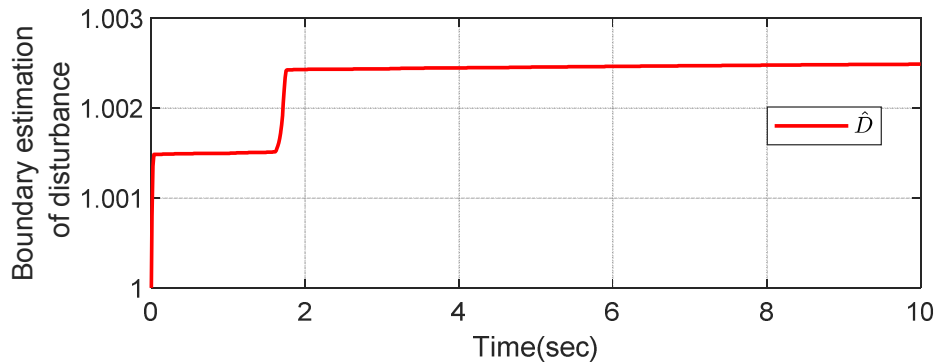


شکل ۶. تحول زمانی ورودی کنترل بدون غیرخطی ناحیه مرده برای مثال ۱

شکل‌های ۵ و ۶ نشان می‌دهند که اگرچه بعد از ورودی کنترلی یک محدودیت سخت اعمال می‌شود، برای جبران اثرات ورودی غیرخطی ناحیه مرده، هیچ رفتار نامحدودی در ورودی کنترل واقعی وجود ندارد. روند تغییرات زمانی پارامترهای تخمین \hat{F} و \hat{D} به ترتیب در شکل‌های ۷ و ۸ نمایش داده شده‌اند.



شکل ۷. تخمین کران عیب محرک برای مثال ۱



شکل ۸. تخمین کران اغتشاش برای مثال ۱

واضح است هر دو پارامتر تخمین به یک مقدار ثابت کراندار همگرا می شوند که این امر موجب کراندار باقی ماندن حالت های داخلی سیستم می شود. این پاسخ نشان می دهد که روش کنترل ساختار متغیر تحمل پذیر عیب تطبیقی زمان محدود پیشنهادی، در برابر اغتشاشات خارجی، عیب محرک و ورودی غیرخطی ناحیه مرده مقاوم است. بنابراین چنین کنترل کننده ای می تواند در عمل نیز استفاده شود.

۴-۲- مثال ۲

برای شبیه سازی دوم از یک سیستم سوئیچ شونده غیرخطی مرتبه ۳ با دو زیرسیستم مدار چوا^۱ استفاده می کنیم:
 زیرسیستم ۱ [۲۹]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = \frac{14}{1805}x_1 - \frac{168}{9025}x_2 + \frac{1}{38}x_3 - \frac{2}{45}\left(\frac{28}{361}x_1 + \frac{7}{95}x_2 + x_3\right)^3 + \\ D(u^{\sigma(t)}(t)) + u_f^{\sigma(t)}(t) + d^{\sigma(t)}(t) \end{cases} \quad (45)$$

زیرسیستم ۲ [۲۹]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = \frac{140}{1805}x_1 - \frac{1680}{9025}x_2 + \frac{6}{38}x_3 - \frac{2}{45}\left(\frac{28}{361}x_1 + \frac{7}{95}x_2 + x_3\right)^3 + \\ D(u^{\sigma(t)}(t)) + u_f^{\sigma(t)}(t) + d^{\sigma(t)}(t) \end{cases} \quad (46)$$

که در هر دو زیرسیستم، اغتشاشات خارجی $d^{\sigma(t)}(t)$ به صورت زیر،

$$d^{\sigma(t)}(t) = 0.1 \sin(t) \quad (47)$$

عیب محرک $u_f^{\sigma(t)}(t)$ به صورت،

^۱ Chua's circuit

$$u_f^{\sigma(t)}(t) = \begin{cases} 0.25 \sin(2t) + 0.2, & 5 \leq t \leq 6.5 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (48)$$

و ورودی غیرخطی ناحیه مرده $D(u^{\sigma(t)}(t))$ به صورت زیر هستند:

$$D(u^{\sigma(t)}(t)) = \begin{cases} 1.15 - 0.15 \cos(u^{\sigma(t)}(t))(u^{\sigma(t)}(t) - u^+), & u^{\sigma(t)}(t) > u^+ \\ 0, & u^- < u^{\sigma(t)}(t) < u^+ \\ 1.1 + 0.1 \sin(u^{\sigma(t)}(t))(u^{\sigma(t)}(t) + u^-), & u^{\sigma(t)}(t) < -u^- \end{cases} \quad (49)$$

که در آن $u^+ = u^- = 0/1$ می‌باشد. هدف این است که نوسانات آشوبناک را حذف کرده و مبدا را برای کل سیستم سوئیچ-شونده غیرخطی پایدار کنیم. برای این منظور ابتدا خمینه‌ی لغزشی را به صورت زیر تنظیم می‌کنیم:

$$s(t) = x_3 + \int_0^t \left(10 |x_3|^{\frac{7}{10}} \operatorname{sgn}(x_3) + 10 |x_2|^{\frac{7}{13}} \operatorname{sgn}(x_2) + 10 |x_1|^{\frac{7}{16}} \operatorname{sgn}(x_1) \right) dt \quad (50)$$

در ادامه سیگنال ورودی کنترلی را به صورت زیر انتخاب می‌کنیم:

$$u^{\sigma(t)}(t) = \begin{cases} -\rho A^{\sigma(t)}(X, t) - 0.1, & s(t) > 0 \\ 0, & s(t) = 0 \\ \rho A^{\sigma(t)}(X, t) + 0.1, & s(t) < 0 \end{cases} \quad (51)$$

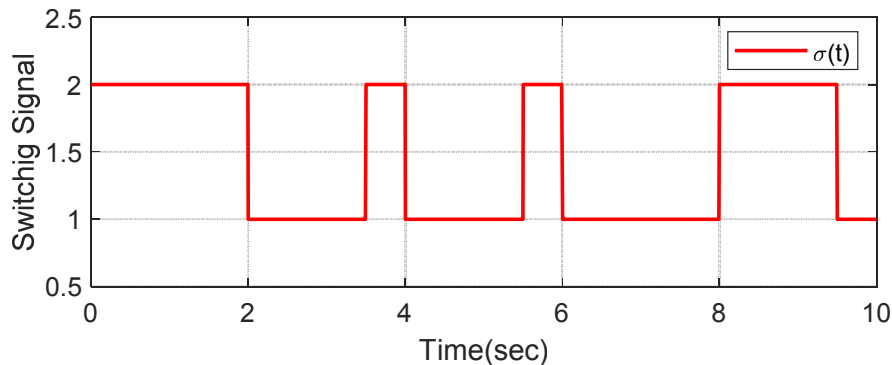
که در آن $\beta_{min} = \min\{\beta^+, \beta^-\}$ و $\rho = 1/\beta_{min}$ به صورت زیر می‌باشد.

$$A^{\sigma(t)}(X, t) = |f^{\sigma(t)}(X, t)| + 10 |x_3|^{\frac{7}{10}} |\operatorname{sgn}(x_3)| + 10 |x_2|^{\frac{7}{13}} |\operatorname{sgn}(x_2)| + 10 |x_1|^{\frac{7}{16}} |\operatorname{sgn}(x_1)| + \hat{F}(t) + \hat{D}(t) + 1 \quad (52)$$

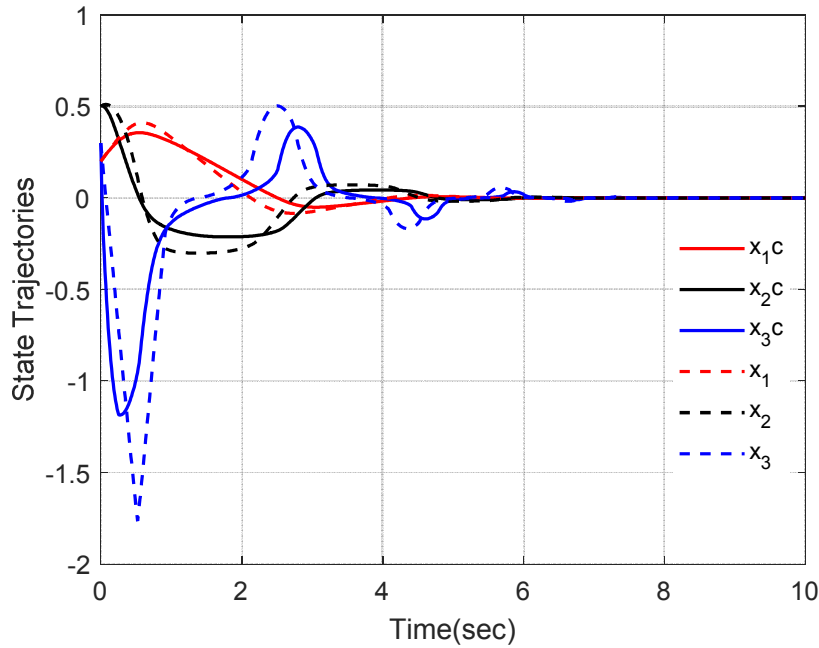
و قوانین تطبیقی به صورت زیر انتخاب می‌شوند.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{F}}(t) &= |s(t)|, & \hat{F}(0) &= 0 \\ \dot{\hat{D}}(t) &= |s(t)|, & \hat{D}(0) &= 0 \end{aligned} \quad (53)$$

مقادیر اولیه هر دو زیرسیستم به طور تصادفی به صورت $x_1(0) = 0.2$ ، $x_2(0) = 0.5$ و $x_3(0) = 0.3$ انتخاب می‌شوند. یک سیگنال سوئیچ دلخواه به صورت نمایش داده شده در شکل ۹ برای هر دو روش اعمال و مسیرهای حالت سیستم سوئیچ‌شونده غیرخطی برای روش پیشنهادی (خطوط ممتد) و همچنین روش مورد مقایسه شده (خطوط خط‌چین) در شکل ۱۰ ترسیم شده‌اند.

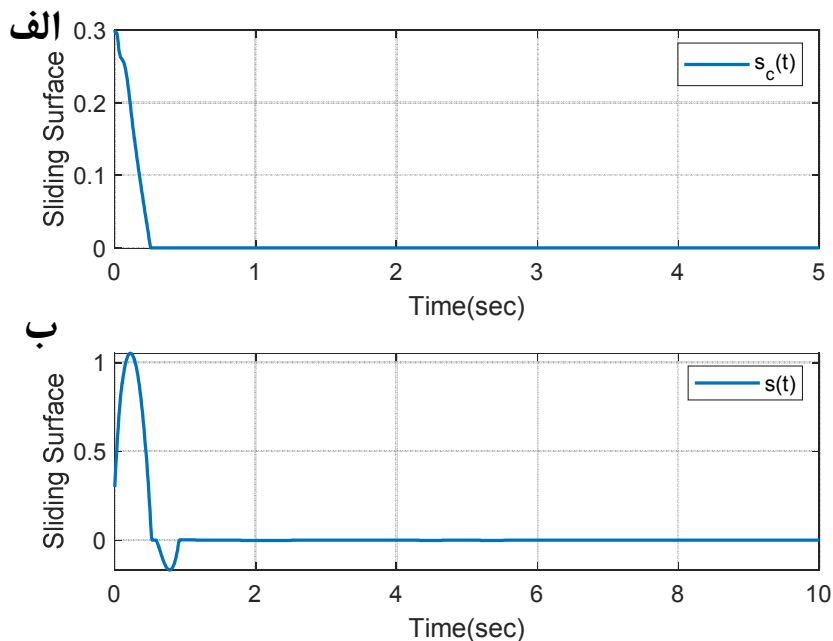


شکل ۹. سیگنال سوئیچ دلخواه اعمال شده برای مثال ۲



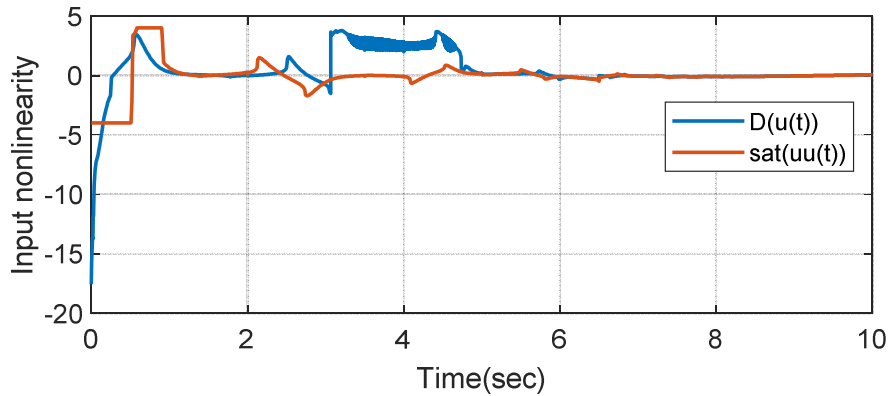
شکل ۱۰. مسیرهای حالت سیستم سوئیچ شونده غیرخطی کنترل شده برای مثال ۲

مشاهده می‌کنیم که در نتایج حاصل از هر دو روش کنترلی، تمامی حالت‌ها در زمان کمتر از ۷ ثانیه به صفر می‌رسند ولی روش پیشنهادی در مقایسه با روش مرجع [۲۸] در ۶ ثانیه اول پاسخ بهتر و قابل قبول تری ارائه کرده است. هیچ خطای حالت ماندگاری در پاسخ‌های سیستم وجود ندارد. این بدان معنی است که روش کنترل پیشنهادی در برابر عدم قطعیت‌های سیستم و اغتشاشات خارجی حتی بدون نیاز به اطلاعاتی در مورد ساختار آن‌ها، مقاومت خوبی را نشان می‌دهد. هم‌چنین وجود ورودی غیرخطی ناحیه مرده و عیب محرک بر روی عملکرد سیستم حلقه بسته تأثیری نداشته و هدف پایداری زمان محدود حاصل شده است. پاسخ زمانی خمینه لغزشی برای هر دو روش پیشنهادی (الف) و روش مورد مقایسه (ب) در شکل ۱۱ نشان داده شده است.

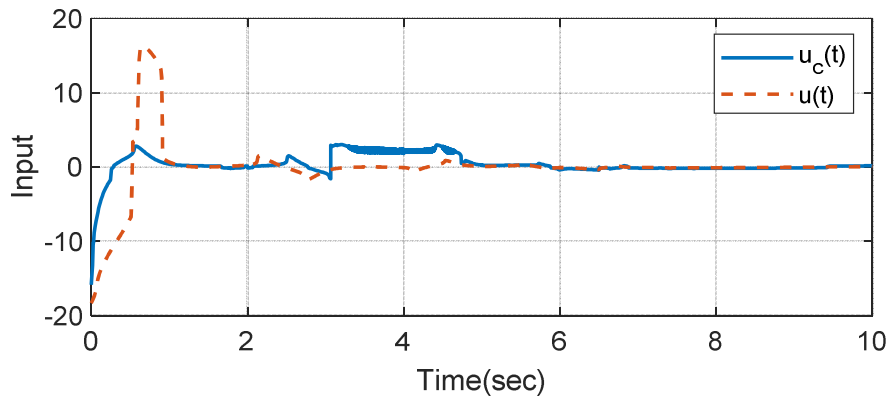


شکل ۱۱. پاسخ زمانی خمینه لغزشی برای مثال ۲ (الف) کنترل کننده پیشنهادی (ب) کنترل کننده مرجع [۲۸]

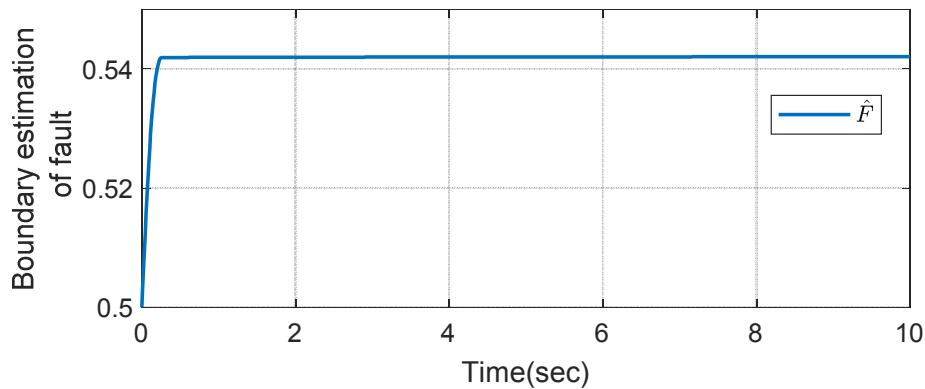
به وضوح دیده می‌شود که خمینه لغزشی در یک زمان محدود به صفر می‌رسد. علاوه بر این، می‌توان نتیجه گرفت که سوئیچ بین زیرسیستم‌ها تأثیر جدی بر روی دینامیک مد لغزشی ندارد. شکل‌های ۱۲ و ۱۳ به ترتیب تحولات زمانی ورودی کنترل در حضور ناحیه مرده و بدون آن را برای هر دو روش کنترل نشان می‌دهند. نتایج حاصل (خطوط ممتد) با نتایج پژوهش مرجع [۲۸] که در شکل بصورت خطوط خط چین می‌باشد، مقایسه گردیده است. این شکل‌ها نشان می‌دهند که اگرچه بعد از ورودی کنترلی یک محدودیت سخت اعمال می‌شود، برای جبران اثرات ورودی غیرخطی ناحیه مرده، هیچ رفتار نامحدودی در ورودی کنترل واقعی وجود ندارد. روند تغییرات زمانی پارامترهای تخمین \hat{D} و \hat{F} در شکل‌های ۱۴ و ۱۵ به ترتیب نمایش داده شده‌اند.



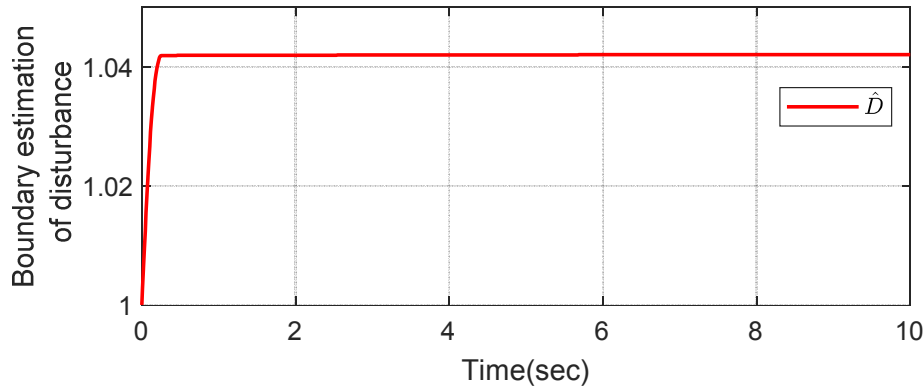
شکل ۱۲. تحول زمانی ورودی کنترل با غیرخطی ناحیه مرده در مثال ۲



شکل ۱۳. تحول زمانی ورودی کنترل بدون غیرخطی ناحیه مرده در مثال ۲



شکل ۱۴. تخمین کران عیب محرک در مثال ۲



شکل ۱۵. تخمین کران اغتشاش در مثال ۲

واضح است هر دو پارامتر تخمین به یک مقدار ثابت کراندار همگرا می شوند، در نتیجه سیگنال کنترلی نیز کراندار می باشد. با توجه به نتایج ارائه شده در مثال های ۱ و ۲، مشاهده می گردد که پاسخ روش ارائه شده در مرجع [۲۸] (خطوط خط چین) دیرتر از پاسخ روش پیشنهادی (خطوط ممتد) به حالت ماندگار می رسد. همچنین روش روش کنترل مد لغزشی تحمل پذیر عیب تطبیقی زمان محدود پیشنهادی توانایی رفع عیب را که در پژوهش مورد مقایسه [۲۸] در نظر گرفته نشده است، دارد و همه این ها حاکی از قابلیت های بالای کنترل کننده طراحی شده در این پژوهش می باشد.

۵- نتیجه گیری

در این مقاله، مساله کنترل تحمل پذیر عیب سیستم های سوئیچ شونده غیرخطی در فرم کانونیکال بررسی شد. از آن جا که در بسیاری از کاربردها، سیگنال سوئیچ یک ویژگی ذاتی سیستم است، سعی کردیم یک طرح کنترلی را ارائه دهیم که تحت هر سیگنال سوئیچ دلخواه کار کند. فرض کردیم تمام زیرسیستم های مدل دارای دینامیک غیرخطی با اغتشاشات خارجی، عیب محرک و ورودی غیرخطی ناحیه مرده هستند. در ادامه، ایده ی استفاده از استراتژی کنترل مد لغزشی تطبیقی زمان محدود با عملکرد مقاومتی بالا مورد توجه قرار گرفت. پس از توصیف سیستم و فرمول بندی مساله، یک خمینه لغزشی به گونه ای طراحی شد تا پایداری زمان محدود دینامیک مد لغزشی را برآورده سازد. سپس یک قانون کنترل ساختار متغیر تطبیقی به گونه ای توسعه یافت که قوانین به روزرسانی بر اغتشاشات خارجی و عیب محرک با کران های نامعلوم غلبه کند. نشان دادیم که مسیرهای حالت سیستم حلقه بسته در یک فاصله زمانی محدود به نقطه تعادل مبدا می رسند و با استفاده از یک تابع لیاپانوف مناسب پایداری سیستم حلقه بسته اثبات گردید. با آگاهی از این که در پژوهش های قبلی عیب محرک و ورودی غیرخطی ناحیه مرده هر دو در نظر گرفته نشده بود، هر دوی آن ها توأم مد نظر قرار گرفته است که باعث شده سیستم مورد نظر نسبت به نامعینی ها و رخداد اختلالات، عملکرد مقاومتری داشته باشد و قابلیت اطمینان سیستم افزایش یافته است. در نهایت چند شبیه سازی های عددی برای تاکید بر کارایی و عملکرد موثر روش کنترلی پیشنهادی ارائه شد.

مراجع

- [1] K. El Rifai and K. Youcef-Toumi, "Robust adaptive control of a class of switched systems," in *2008 American Control Conference, 2008*, pp. 3695–3700.
- [2] A. Bacciotti, "A discussion about stabilizing periodic and near-periodic switching signals,"

- Citeseer, L. M. of the 8th I. symposium on nonlinear, and undefined 2010.
- [3] D. Liberzon, *Switching in systems and control*. Birkhauser, 2003.
- [4] L. Ma, Z. Wang, Y. Liu, and F. E. Alsaadi, "Exponential stabilization of nonlinear switched systems with distributed time-delay: An average dwell time approach," *Eur. J. Control*, vol. 37, pp. 34–42, Sep. 2017.
- [5] X. Wang and G.-H. Yang, "Distributed fault-tolerant control for a class of cooperative uncertain systems with actuator failures and switching topologies," *Inf. Sci. (Ny)*, vol. 370–371, pp. 650–666, Nov. 2016.
- [6] S. W. Lee and S. J. Yoo, "Robust fault-tolerant prescribed performance tracking for uncertain switched pure-feedback nonlinear systems under arbitrary switching," *Int. J. Syst. Sci.*, vol. 48, no. 3, pp. 578–586, Feb. 2017.
- [7] J. Lian, J. Zhao, and G. M. Dimirovski, "Integral Sliding Mode Control for a Class of Uncertain Switched Nonlinear Systems," *Eur. J. Control*, vol. 16, no. 1, pp. 16–22, Jan. 2010.
- [8] Y. Hou, S. Tong, and Y. Li, "Adaptive fuzzy backstepping control for a class of switched nonlinear systems with actuator faults," *Int. J. Syst. Sci.*, vol. 47, no. 15, pp. 3581–3590, Nov. 2016.
- [9] Y. Liu and Y. Niu, "Robust H_∞ control for discrete switched systems with random sensor and actuator faults," *Int. J. Control. Autom. Syst.*, vol. 15, no. 6, pp. 2660–2668, Dec. 2017.
- [10] M.-L. Chiang and L.-C. Fu, "Adaptive stabilization of a class of uncertain switched nonlinear systems with backstepping control," *Automatica*, vol. 50, no. 8, pp. 2128–2135, Aug. 2014.
- [11] L. Yu, S. Fei, and G. Yang, "A Neural Network Approach for Tracking Control of Uncertain Switched Nonlinear Systems with Unknown Dead-Zone Input," *Circuits, Syst. Signal Process.*, vol. 34, no. 8, pp. 2695–2710, Aug. 2015.
- [12] L. Tang and J. Zhao, "Adaptive tracking control for discrete-time switched nonlinear systems with dead-zone inputs," *Fuzzy Sets Syst.*, Jul. 2017.
- [13] S. P. Bhat and D. S. Bernstein, "Finite-Time Stability of Continuous Autonomous Systems," *SIAM J. Control Optim.*, vol. 38, no. 3, pp. 751–766, Jan. 2000.
- [14] N. T. Thanh, P. Niamsup, and V. N. Phat, "Finite-time stability of singular nonlinear switched time-delay systems: A singular value decomposition approach," *J. Franklin Inst.*, vol. 354, no. 8, pp. 3502–3518, May 2017.
- [15] F. Wang, X. Zhang, B. Chen, C. Lin, X. Li, and J. Zhang, "Adaptive finite-time tracking control of switched nonlinear systems," *Inf. Sci. (Ny)*, vol. 421, pp. 126–135, Dec. 2017.
- [16] Q. Su, X. Jia, and H. Liu, "Finite-time stabilization of a class of cascade nonlinear switched systems under state-dependent switching," *Appl. Math. Comput.*, vol. 289, pp. 172–180, Oct. 2016.
- [17] J. Mao, Z. Xiang, and S. Huang, "Adaptive finite-time tracking control for a class of switched nonlinear systems with unmodeled dynamics," *Neurocomputing*, vol. 196, pp. 42–52, Jul. 2016.
- [18] H. Ren, G. Zong, L. Hou, and Y. Yang, "Finite-time resilient decentralized control for interconnected impulsive switched systems with neutral delay," *ISA Trans.*, vol. 67, pp. 19–29, Mar. 2017.
- [19] Y. Qi, X. Xu, S. Lu, and Y. Yu, "A waiting time based discrete event-triggered control for networked switched systems with actuator saturation," *Nonlinear Anal. Hybrid Syst.*, vol. 37, p. 100904, Aug. 2020.
- [20] L. Zhang and B. Wu, "Stabilization analysis of actuator saturated switched systems with time-varying delays under observer-based event-triggered sampling control," in *Chinese Control Conference, CCC, 2020*, vol. 2020–July, pp. 886–893.
- [21] A. Moradvandi, S. A. Malek, and M. Shahrokhi, "Adaptive finite-time fault-tolerant controller for a class of uncertain MIMO nonlinear switched systems subject to output constraints and unknown input nonlinearities," *Nonlinear Anal. Hybrid Syst.*, vol. 35, p. 100821, Feb. 2020.
- [22] L. Zhang, B. Wu, and L. Liu, "Finite-time H dynamic quantization inputs control for uncertain switched systems," *Trans. Inst. Meas. Control*, p. 14233122093342, Jul. 2020.
- [23] M. P. Aghababa, "Adaptive control for electromechanical systems considering dead-zone phenomenon," *Nonlinear Dyn.*, vol. 75, no. 1–2, pp. 157–174, Jan. 2014.
- [24] A. L'afflitto, "Finite-time partial stability, stabilization, semistabilization, and optimal feedback control," Apr. 2015.
- [25] M. Fliess, "Generalized controller canonical form for linear and nonlinear dynamics," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 35, no. 9, pp. 994–1001, 1990.

- [26] W. He, T. Meng, D. Huang, and X. Li, "Adaptive Boundary Iterative Learning Control for an Euler–Bernoulli Beam System With Input Constraint," *IEEE Trans. Neural Networks Learn. Syst.*, vol. 29, no. 5, pp. 1539–1549, May 2018.
- [27] S. P. Bhat and D. S. Bernstein, "Geometric homogeneity with applications to finite-time stability," *Math. Control. Signals, Syst.*, vol. 17, no. 2, pp. 101–127, Jun. 2005.
- [28] M. P. Aghababa, "Finite time control of a class of nonlinear switched systems in spite of unknown parameters and input saturation," *Nonlinear Anal. Hybrid Syst.*, vol. 31, pp. 220–232, Feb. 2019.
- [29] A. Mohammadzadeh, O. Kaynak, and M. Teshnehlab, "Two-mode Indirect Adaptive Control Approach for the Synchronization of Uncertain Chaotic Systems by the Use of a Hierarchical Interval Type-2 Fuzzy Neural Network," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 22, no. 5, pp. 1301–1312, Oct. 2014.