



دانشگاه صنعتی سهند

DOR:

[20.1001.1.23223146.1400.8.2.4.5](https://doi.org/10.1001.1.23223146.1400.8.2.4.5)

نشریه علمی-فصلنامه‌ای در مهندسی برق

دوره ۸ - شماره ۲

پاییز و زمستان ۱۴۰۰

صفحات ۹۸ الی ۱۱۶

ISSN: 2322-3146

<http://journals.sut.ac.ir/jnsee>

طراحی کنترل کننده غیرخطی به منظور پایداری سازی زمان محدود

سیستم تعلیق الکترومغناطیسی

مینا قهستانی^۱، احمد رضا ولی^۲ و مهدی سیاهی^۳

^۱دانشجوی دکتری، گروه کنترل، دانشکده مکانیک، برق و کامپیوتر، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و

تحقیقات، تهران، ایران، ghahestani.mina@gmail.com

^۲نویسنده مسئول، دانشیار، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، ar.vali@gmail.com

^۳دانشیار، گروه کنترل، دانشکده مکانیک، برق و کامپیوتر، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات،

تهران، ایران، mehdi.siahi@srbiau.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۰۳/۲۳ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۰۶/۰۱)

چکیده

واژه‌های کلیدی

کنترل غیرخطی،

همگرایی زمان محدود،

سیستم تعلیق الکترومغناطیسی.

فناوری تعلیق الکترومغناطیسی به دلیل مزایایی از قبیل عدم تماس و کاهش اصطکاک در سال‌های اخیر توسعه یافته است. البته تضمین کارایی در این سامانه‌ها نیازمند کنترل دقیق موقعیت جسم معلق است. از این رو سیستم تعلیق الکترومغناطیسی به عنوان یک فرآیند، مد نظر مهندسان کنترل قرار گرفته است. دینامیک حاکم بر سیستم‌های تعلیق الکترومغناطیسی غیرخطی است و همچنین شامل نامعنی‌هایی در مدل و عدم قطعیت پارامتری از جمله وزن جسم معلق می‌باشد. در سال‌های اخیر کنترل زمان محدود برای سیستم‌های غیرخطی پیشنهاد شده که علاوه بر تضمین همگرایی خطا در مدت زمان محدود، مقاومت بیشتری در مقابل نامعنی‌های احتمالی دارد. از این رو در این مقاله از یک روش ترکیبی غیرخطی زمان محدود به منظور پایداری سازی سیستم تعلیق الکترومغناطیسی استفاده شده است. اثبات پایداری زمان محدود روش پیشنهادی مشابه با روش پسگام با استفاده از تئوری لیاپانوف انجام شده با این تفاوت که در هر گام طراحی از شرط پایداری زمان محدود استفاده شده است. در روش پیشنهادی رابطه‌ای برای محاسبه زمان همگرایی خطا وابسته به شرایط اولیه حالت‌ها و بهره‌های کنترل کننده ارائه شده است. کنترل کننده طراحی شده در این مقاله با روش‌های غیرخطی فیدبک خطی ساز، گام به عقب و مد لغزشی مقایسه شده و نشان داده شده است که روش پیشنهادی به ازای تلاش کنترلی کمتر قادر است در مدت زمان کوتاه‌تری خطای ردیابی را همگرا کند.



Sahand University
of Technology

DOR:

[20.1001.1.23223146.1400.8.2.4.5](https://doi.org/10.1001.1.23223146.1400.8.2.4.5)

Journal of Nonlinear
Systems in Electrical
Engineering

Vol.8, No.2

Autumn and Winter 2021

ISSN: 2322 – 3146

<http://journals.sut.ac.ir/jnsee>

Design of a Nonlinear Controller to Finite Time Stabilization of Electromagnetic Suspension System

Mina Ghahestani¹, Ahmadreza Vali² and Mehdi Siah³

¹Ph.D. Candidate, Department of Control Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran, ghahestani.mina@gmail.com

²**Corresponding Author**, Associate Prof., Control Engineering Department, Malek Ashtar University of Technology, ar.vali@aut.ac.ir

³Associate Prof., Department of Control Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran, mehdi.siahi@srbiau.ac.ir

ABSTRACT

Keywords

nonlinear control,
finite time convergence,
electromagnetic suspension
system.

Electromagnetic suspension technology has been developed in the recent years due to advantages such as no contact and reduced friction. Of course, guaranteeing efficiency in these systems requires accurate control of the position of the suspended object. Therefore, the electromagnetic suspension system as a process has been considered by control engineers. The dynamics of electromagnetic suspension systems are nonlinear and also include model and parametric uncertainties such as the weight of the suspended object. In the recent years, finite-time control which has been proposed for nonlinear systems to guarantee error convergence in a finite time is more robust against uncertainties. Therefore, in this article, a finite-time nonlinear method is used to stabilize the electromagnetic suspension system. Proving the finite-time stability of the proposed method is similar to the backstepping method using the Lyapunov theory, except that the finite-time stability condition is used in each design step. In the proposed method, a relation for calculating the convergence time of the error depending on the initial conditions of the states and controller gains is presented. The designed controller in this article is compared to some nonlinear methods of feedback linearization, backstepping, and sliding mode. It is shown that by the proposed method is able to converge the tracking error is converged in a shorter time with less control effort.

۱- مقدمه

در بسیاری از کاربردها، همگرایی زمان محدود خروجی به مقدار مطلوب بسیار اهمیت دارد. پایداری زمان محدود علاوه بر سرعت همگرایی خطا، مقاومت در مقابل نامعینی‌ها و اغتشاشات را نیز به همراه دارد [۱، ۲]. مساله پایدارسازی زمان محدود سیستم‌های غیرخطی در مراجع [۳-۵] بیان شده است. اما در برخی روش‌ها از قبیل روش مد لغزشی، به منظور تضمین همگرایی زمان محدود، رابطه ورودی کنترل شامل تابع ناپیوسته علامت است که منجر به ایجاد نوسان فرکانس بالا در سیگنال کنترل می‌شود. به دلیل سیگنال کنترل نوسانی، پیاده‌سازی این دسته از کنترل کننده‌ها امکان پذیر نیست [۶، ۷].

دستیابی به همگرایی زمان محدود با روش لیاپانوف توسعه یافته در سال‌های اخیر ارائه شده است که در آن زمان همگرایی وابسته به شرایط اولیه دینامیک‌های سیستم تعیین می‌شود [۸]. این روش برای یک سیستم حرارتی در مرجع [۸]، برای یک ربات زیر سطحی در [۹]، برای یک ژنراتور در [۱۰] و برای طراحی یک قانون هدایت در [۱۱] مورد استفاده قرار گرفته است.

فن معلق‌سازی الکترومغناطیسی اجسام در بسیاری از علوم مهندسی از جمله در قطارهای مغناطیسی کاربرد دارد. در قطارهای مغناطیسی سرعت بالا این فناوری منجر به کاهش اصطکاک می‌شود. این سیستم‌ها به صورت حلقه باز ناپایدار هستند [۱۲، ۱۳]. در سال‌های اخیر روش‌های متعددی برای کنترل سیستم‌های تعلیق الکترومغناطیسی ارائه شده است. برخی روش‌ها بر پایه خطی‌سازی حول نقطه کار و استفاده از روش‌های کنترل خطی است [۱۷-۱۴]. اما در این روش‌ها با فاصله گرفتن از نقطه کار، کارایی کنترل کننده کاهش خواهد یافت. در مرجع [۱۸] علاوه بر مساله فاصله گرفتن از نقطه کار، به دلیل استفاده از روش کنترل تکه‌ای خطی، در نقاط مرزی مشکلات تضمین پایداری و پرش در سیگنال کنترل و تحریک مدهای فرکانس بالای سیستم وجود دارد. همچنین روش‌هایی که نامعینی را در نظر نمی‌گیرند در عمل با کاهش کارایی مواجه خواهند شد [۱۹، ۲۰].

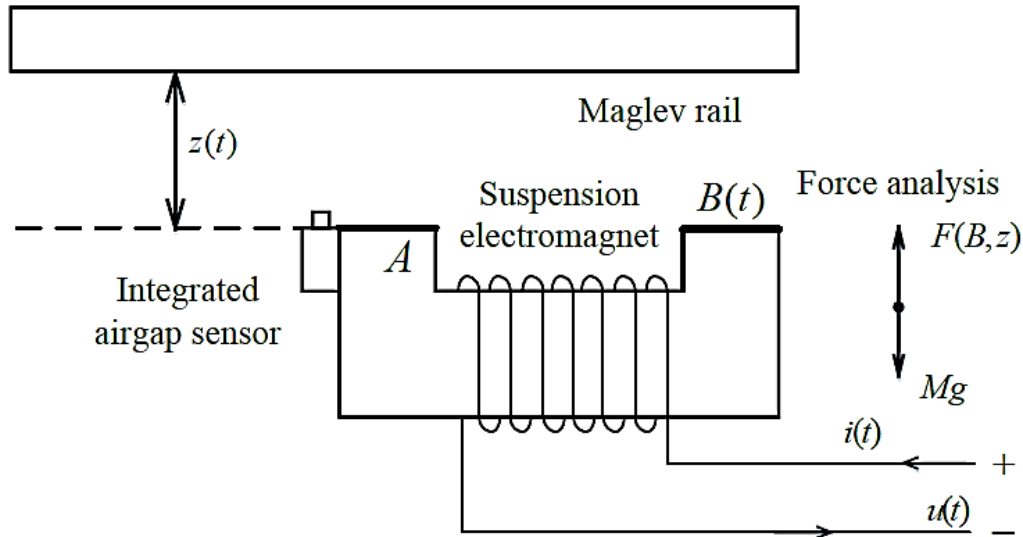
کنترل کننده‌های غیرخطی از قبیل فیدبک خطی ساز [۲۱، ۲۲] و H^∞ غیرخطی [۲۳] نیز به صورت مستقیم برای کنترل سیستم تعلیق الکترومغناطیسی استفاده شده است. همچنین برای مقابله با اثرات نامعینی و پارامترهای غیردقیق در سیستم تعلیق الکترومغناطیسی، کنترل کننده مد لغزشی در مرجع [۲۴] استفاده شده است. مشکل این روش رفتار فرکانس بالای سیگنال کنترل است که پیاده‌سازی آن را غیرممکن می‌کند.

در این مقاله، به کنترل سیستم غیرخطی تعلیق الکترومغناطیسی مورد استفاده در قطارهای مغناطیسی پرداخته می‌شود. برای این منظور از تئوری کنترل زمان محدود استفاده خواهد شد که مزایای متعددی از جمله همگرایی سریعتر و توانایی مقابله بهتر با اغتشاش را دارد.

در بخش دوم مقاله مفاهیم مرتبط با سیستم تعلیق الکترومغناطیسی و مدل‌سازی آن توضیح داده خواهد شد. در بخش سوم مفاهیم کنترلی مرتبط با موضوع مقاله از جمله طراحی کنترل کننده غیرخطی و پایداری زمان محدود به صورت اجمالی تشریح شده و کنترل کننده پیشنهادی طراحی می‌شود. در بخش چهارم نتایج شبیه‌سازی‌ها مورد بحث قرار گرفته و در نهایت در بخش پنجم نتیجه‌گیری ارائه خواهد شد.

۲- مدل دینامیکی سیستم تعلیق الکترومغناطیسی

در این بخش مدل دینامیکی یک سیستم تعلیق الکترومغناطیسی مورد استفاده در قطار مغناطیسی تشریح می شود. در مرجع [۲۵] مدل سازی یک قطار مغناطیسی ارائه شده است. شماتیک کلی این سیستم در شکل (۱) مشاهده می گردد.



شکل ۱. شماتیک سیستم تعلیق یک قطار مغناطیسی [۲۵]

بر اساس علم الکترومغناطیس، شار هوای مغناطیسی را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\phi_m \approx \phi_T = \frac{F_m}{R_m} = \frac{Ni(t)}{2z(t) / (\mu_0 A)} \quad (1)$$

که در آن F_m پتانسیل مغناطیسی، R_m مقاومت، ϕ_m مجموع شار و ϕ_T شار ناشی می باشد. چگالی شار در شکاف هوایی به صورت زیر می باشد:

$$B = \frac{\mu_0 Ni(t)}{2z(t)} \quad (2)$$

نیروی الکترومغناطیسی را می توان به صورت زیر نوشت:

$$F = \frac{d}{dz} \left(\frac{B^2 A z}{\mu_0} \right) = \frac{B^2 A}{\mu_0} \quad (3)$$

رابطه ولتاژ را نیز به صورت زیر می توان نوشت:

$$u(t) = Ri(t) + NA \frac{dB}{dt} \quad (4)$$

با استفاده از قانون دوم نیوتن معادله دینامیکی سیستم تعلیق به صورت زیر است:

$$M\ddot{z}(t) = F(t) + Mg \quad (5)$$

بنابراین مدل غیرخطی حاکم بر سیستم تعلیق به فرم زیر حاصل می شود:

$$\begin{aligned} B(t) &= \frac{\mu_0 N i(t)}{2z(t)} \\ F(t) &= \frac{B^2(t)A}{\mu_0} \\ M\ddot{z}(t) &= F(t) + Mg \\ u(t) &= \frac{2z(t)R}{\mu_0 N} B(t) + NA \frac{dB}{dt} \end{aligned} \quad (6)$$

که در آن μ_0 ضریب نفوذ پذیری هوا، N تعداد دور سیم پیچ، R مقاومت داخلی الکترومغناطیسی و g ثابت گرانش است.

با در نظر گرفتن متغیرهای حالت به صورت $[x_1 \ x_2 \ x_3] = [z \ \dot{z} \ B]$ ، فرم فضای حالت غیرخطی این سیستم به

صورت رابطه (۷) خواهد بود:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= g + \frac{A\mu_0}{M} x_3^2 \\ \dot{x}_3 &= -\frac{2R}{\mu_0 AN^2} x_1 x_3 + \frac{1}{NA} u \end{aligned} \quad (7)$$

۳- کنترل کننده غیرخطی زمان محدود

در این بخش ابتدا تئوری کنترل غیرخطی زمان محدود مد نظر مقاله تشریح شده و برای کنترل سیستم تعلیق مورد استفاده قرار می گیرد.

۳-۱- پایداری زمان محدود

مفاهیم پایداری مجانبی و نمایی در سیستم های دینامیکی، همگرایی مسیرهای سیستم را در یک افق زمانی بی نهایت تضمین می کنند. در بسیاری از کاربردها، مطلوبست که مسیرهای یک سیستم دینامیکی در یک مدت زمان محدود به نقطه تعادل پایدار همگرا شوند [۲۶]. برای بیان قضیه پایداری زمان محدود، سیستم زیر را در نظر بگیرید.

$$\dot{x} = f(x), \quad f: D \rightarrow \mathbb{R}^n \quad (8)$$

طبق تعریف، نقطه تعادل سیستم (۸) پایدار زمان محدود است اگر در زمان اولیه t_0 سیستم از شرایط اولیه x_0 حرکت کرده و در مدت زمان t که به شرایط اولیه وابسته است به نقطه تعادل همگرا شود. پایداری زمان محدود طبق قضیه (۱) بیان می شود:

قضیه ۱ سیستم (۸) و تابع لیاپانوف پیوسته و مشتق پذیر $V: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ را در همسایگی نقطه تعادل در نظر بگیرید که مثبت معین است. در این صورت مبدا پایدار زمان محدود خواهد بود اگر

$$\dot{V}(x) \leq -cV^\alpha(x) \quad \forall t \geq 0 \quad (9)$$

که در آن $0 < \alpha < 1$ و $c > 0$ بوده و زمان همگرایی نیز به صورت زیر وابسته به شرایط اولیه می باشد:

$$t_r \leq \frac{V(x(0))^{1-\alpha}}{c(1-\alpha)} \quad (10)$$

پایداری زمان محدود تمامی مزایای پایداری مجانبی را خواهد داشت و به طور کلی اگر مبدا یک سیستم پایدار زمان محدود باشد، آنگاه پایدار مجانبی نیز خواهد بود [۲۷، ۲۸].

۳-۲- طراحی کنترل کننده غیرخطی با قابلیت تضمین همگرایی زمان محدود

در این بخش ایده پسگام برای طراحی کنترل کننده غیرخطی زمان محدود تشریح می شود. برای تشریح این روش سیستم مرتبه دوم زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)\xi \\ \dot{\xi} = u \end{cases} \quad (11)$$

که در آن x و ξ متغیرهای حالت، u ورودی کنترل، $f(x)$ و $g(x)$ توابع غیرخطی از متغیرهای حالت سیستم هستند. برای طراحی به روش پسگام، ابتدا در گام اول معادله اول رابطه ی (۱۱) در نظر گرفته می شود:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\xi \quad (12)$$

و در این رابطه ξ به صورت ورودی کنترل مجازی در نظر گرفته می شود. فرض می شود این ورودی کنترل مجازی به فرم

$$\xi = \phi(x) \quad (13)$$

وجود داشته باشد. همچنین تابع لیاپانوف

$$V_1(x) : D \rightarrow \mathbb{R}^n \quad (14)$$

وجود دارد که مشتق آن به ازای $\xi = \phi(x)$ به صورت زیر است:

$$\dot{V}_1(x) = \frac{\partial V_1}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial V_1}{\partial x} [f(x) + g(x)\phi(x)] \leq -c_1 V_1^{\gamma_1} \quad (15)$$

بنابراین $\xi = \phi(x)$ پایداری زمان محدود متغیر حالت اول را تضمین می کند. برقراری این شرط منجر به تضمین زمان همگرایی متغیر x مطابق با رابطه زیر می شود:

$$t_{r_1} \leq \frac{V_1(x(0))^{1-\gamma_1}}{c_1(1-\gamma_1)} \quad (16)$$

در گام دوم متغیر جدیدی به صورت زیر تعریف می گردد:

$$z = \xi - \phi(x) \quad (17)$$

با مشتق گرفتن از این متغیر داریم:

$$\dot{z} = \dot{\xi} - \dot{\phi}(x) = u - \dot{\phi}(x) \quad (18)$$

برای پایدارسازی این متغیر حالت، تابع کاندید لیاپانوف به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$V_2 = \frac{1}{2} z^2 \quad (19)$$

مشتق این تابع لیاپانوف به صورت زیر است:

$$\dot{V}_2 = z\dot{z} = z [u - \dot{\phi}(x)] \quad (20)$$

در این صورت با انتخاب ورودی کنترل اصلی به صورت

$$u = \dot{\phi}(x) - \frac{1}{z} (c_2 V_2^{\gamma_2}) \quad (21)$$

و با جایگذاری آن در (۱۹) داریم:

$$\dot{V}_2 = -c_2 V_2^{\gamma_2} \quad (22)$$

بنابراین پایداری زمان محدود متغیر $z = \xi - \phi(x)$ نیز در گام دوم تضمین خواهد شد. رابطه زمان همگرایی این متغیر به

صورت زیر خواهد بود:

$$t_{r_2} \leq \frac{V_2(z(0))^{1-\gamma_2}}{c_2(1-\gamma_2)} \quad (23)$$

۳-۳- طراحی کنترل کننده پیشنهادی برای سیستم تعلیق الکترومغناطیسی

در بخش دوم روابط ریاضی حاکم بر سیستم تعلیق الکترومغناطیسی ارائه شد. برای طراحی کنترل کننده ابتدا تغییر متغیر زیر انجام

می شود:

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 - x_{1d} \\ z_2 &= x_2 \\ z_3 &= g + \frac{A\mu_0}{M} x_3^2 \end{aligned} \quad (24)$$

معادلات دینامیکی نرمال شده جدید به فرم زیر خواهند بود:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ \dot{z}_3 &= f(x) + g(x)u \end{aligned} \quad (25)$$

که در آن $f(x)$ و $g(x)$ به فرم زیر خواهند بود:

$$f(x) = -\frac{4R}{MN^2} x_1 x_3^2 \quad (26)$$

$$g(x) = \frac{2\mu_0 x_3}{MN}$$

برای طراحی کنترل کننده به روش پسگام زمان محدود، ابتدا با معادله اول رابطه (۲۱) شروع می کنیم:

$$\dot{z}_1 = z_2 \quad (27)$$

در این رابطه $z_2 = \phi_2$ به عنوان ورودی کنترل مجازی اول در نظر گرفته شده و به نحوی طراحی می شود که z_1 را به $\phi_1 = 0$ برساند. برای این منظور تابع کاندید لیاپانوف اول به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 \quad (28)$$

که یک تابع مثبت معین است. مشتق این تابع لیاپانوف به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 = z_1 z_2 \quad (29)$$

برای اینکه شرط لیاپانوف زمان محدود برقرار شود، ورودی کنترل مجازی ϕ_2 را می توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\phi_2 = -c_1 V_1^{\gamma_1} = \frac{1}{z_1} \left(-c_1 \left(\frac{1}{2} z_1^2 \right)^{\gamma_1} \right) \quad (30)$$

با این ورودی کنترل مجازی مشتق تابع لیاپانوف اول به صورت زیر خواهد بود:

$$\dot{V}_1 = -c_1 \left(\frac{1}{2} z_1^2 \right)^{\gamma_1} = -c_1 V_1^{\gamma_1} \quad (31)$$

همانطور که مشاهده می شود، شرط لیاپانوف زمان محدود برقرار شده است. زمان همگرایی در گام اول به صورت زیر خواهد بود.

حال متغیر حالت جدید به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$t_{r_1} \leq \frac{V_1(z_1(0))^{1-\gamma_1}}{c_1(1-\gamma_1)} \quad (32)$$

$$e_1 = z_2 - \phi_2$$

دینامیک این متغیر جدید به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\dot{e}_1 = \dot{z}_2 - \dot{\phi}_2 = z_3 - \dot{\phi}_2 \quad (33)$$

در این رابطه $z_3 = \phi_2$ به عنوان ورودی کنترل مجازی دوم در نظر گرفته شده و به نحوی طراحی می شود که e_1 را در مدت زمان محدودی پایدار کند. برای این منظور تابع کاندید لیاپانوف دوم به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$V_2 = \frac{1}{2}e_1^2 \quad (34)$$

که یک تابع مثبت معین است. مشتق این تابع لیاپانوف به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\dot{V}_2 = e_1 \dot{e}_1 = e_1(z_3 - \dot{\phi}_2) \quad (35)$$

برای اینکه مشتق تابع لیاپانوف دوم منفی معین شود، ورودی کنترل مجازی دوم را می توان به صورت زیر فرض کرد:

$$\phi_3 = \dot{\phi}_2 - \frac{1}{e_1} \left(c_2 (V_2)^{\gamma_2} \right) = \dot{\phi}_2 - \frac{1}{e_1} \left(c_2 \left(\frac{1}{2} e_1^2 \right)^{\gamma_2} \right) \quad (36)$$

با این ورودی کنترل مجازی مشتق تابع لیاپانوف دوم به صورت زیر خواهد بود:

$$\dot{V}_2 = -c_2 \left(\frac{1}{2} e_1^2 \right)^{\gamma_2} = -c_2 (V_2)^{\gamma_2} \quad (37)$$

همانطور که مشاهده می شود، در این مرحله نیز شرط لیاپانوف زمان محدود برقرار شده است و متغیر e_1 به صورت زمان محدود پایدار است. زمان همگرایی در گام دوم نیز به صورت زیر خواهد بود.

$$t_{r2} \leq \frac{V_2(z_2(0))^{1-\gamma_2}}{c_2(1-\gamma_2)}$$

حال متغیر حالت جدید دوم به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$e_2 = z_3 - \phi_3 \quad (38)$$

دینامیک این متغیر جدید به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\dot{e}_2 = \dot{z}_3 - \dot{\phi}_3 = f(x) + g(x)u - \dot{\phi}_3 \quad (39)$$

در این رابطه u به عنوان ورودی کنترل اصلی بوده و به نحوی طراحی می شود که e_2 را پایدار کند. برای این منظور تابع کاندید لیاپانوف سوم به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$V_3 = \frac{1}{2}e_2^2 \quad (40)$$

که یک تابع مثبت معین است. مشتق این تابع لیاپانوف به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\dot{V}_3 = e_2 \dot{e}_2 = e_2(f(x) + g(x)u - \dot{\phi}_3) \quad (41)$$

برای اینکه مشتق تابع لیاپانوف سوم منفی معین شود، ورودی کنترل اصلی را می توان به صورت زیر طراحی کرد:

$$u = \frac{1}{g(x)} \left(-f(x) + \dot{\phi}_3 - \frac{1}{e_2} \left(c_3 V_3^{\gamma_3} \right) \right) = \frac{1}{g(x)} \left(-f(x) + \dot{\phi}_3 - \frac{1}{e_2} \left(c_3 \left(\frac{1}{2} e_2^2 \right)^{\gamma_3} \right) \right) \quad (42)$$

با این ورودی کنترل مشتق تابع لیاپانوف سوم به صورت زیر خواهد بود:

$$\dot{V}_3 = -c_3 \left(\frac{1}{2} e_2^2 \right)^{\gamma_3} = -c_3 V_3^{\gamma_3} \quad (43)$$

همانطور که مشاهده می گردد، در این مرحله نیز شرط لیاپانوف زمان محدود برقرار و پایداری e_2 در مدت زمان محدود تضمین می شود. زمان همگرایی در گام سوم نیز به صورت زیر خواهد بود. بنابراین سیستم حلقه بسته پایدار زمان محدود خواهد بود. توجه کنید که ورودی کنترل ارائه شده در رابطه (۴۲) به اندازه گیری تمامی متغیرهای حالت سیستم نیاز دارد.

$$t_{r3} \leq \frac{V_3(z_3(0))^{1-\gamma_3}}{c_3(1-\gamma_3)}$$

۴- نتایج شبیه سازی

در این بخش کارایی کنترل کننده غیرخطی زمان محدود پیشنهادی با روش های فیدبک خطی ساز، پسگام و مد لغزشی با انجام شبیه سازی مقایسه می شود. در روش مد لغزشی برای هموارسازی سیگنال کنترل از تابع اشباع بجای تابع علامت استفاده شده است. تمامی شبیه سازی ها در محیط سیمولینک نرم افزار متلب انجام شده است. مقادیر پارامترها به شرح جدول (۱) فرض می شوند [۲۵]:

جدول ۱. مقادیر پارامترهای مدل

ردیف	پارامتر	مقدار	نماد
۱	جرم جسم معلق	۶۵۳Kg	m
۲	ثابت گرانش	۹/۸۱m/s ²	g
۳	اندوکتانس	۰/۶۵H	L
۴	مقاومت	۰/۵Ohm	R
۵	سطح مقطع	۰/۰۲۳۵m ²	A
۶	دور سیم پیچ	۳۲۴	N
۷	ضریب نفوذ پذیری هوا	Hm ⁻¹ 4π × 10 ⁻⁷	μ_0
۸	موقعیت مطلوب	۰/۰۱ m	x_{1d}

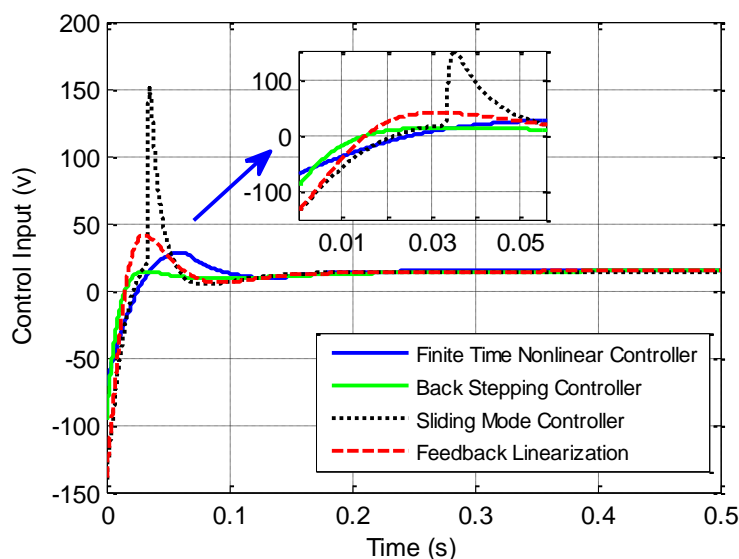
مقادیر بهره های کنترل کننده غیرخطی زمان محدود پیشنهادی به شرح جدول (۲) با سعی و خطا برای حصول بهترین نتیجه انتخاب شده است:

جدول ۲. مقادیر بهره‌های کنترل کننده پیشنهادی

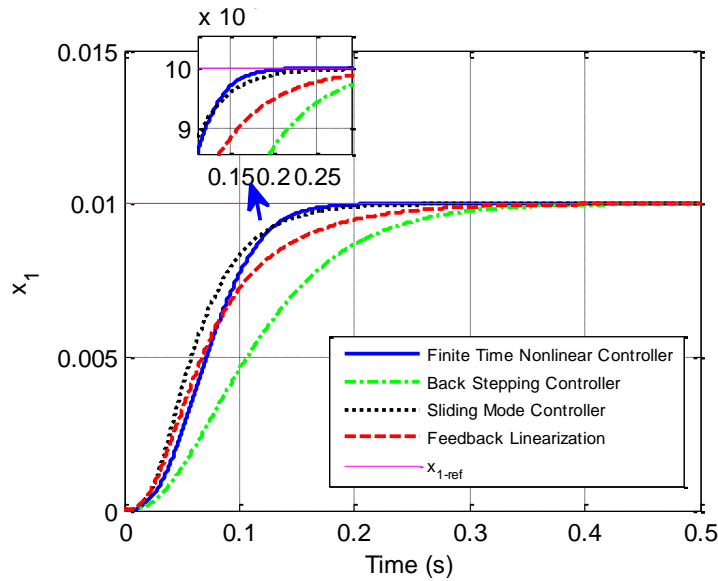
γ_1	γ_2	γ_3	c_1	c_2	c_3
۰/۹	۰/۷	۰/۵	۲۰	۲۰	۱۰۰

۴-۱- بررسی کارایی در کنترل سیستم نامی

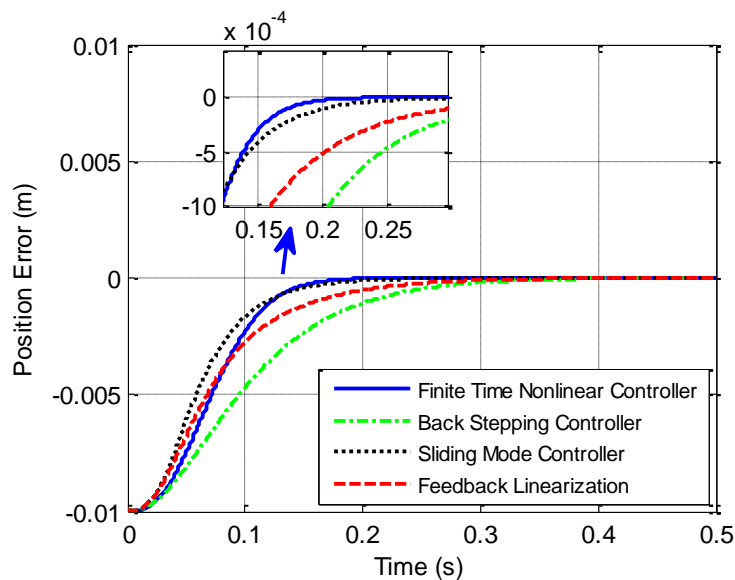
در این بخش رساندن گوی به یک موقعیت ثابت یک سانتیمتر مطلوب است. سیگنال کنترلی صادر شده توسط الگوریتم‌های فیدبک خطی ساز، پسگام، مد لغزشی و پسگام زمان محدود در شکل (۲) رسم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، تمامی روش‌ها سیگنال کنترلی همواری صادر کرده‌اند که قابل پیاده‌سازی می‌باشند. اما سیگنال کنترلی صادر شده توسط روش پسگام زمان محدود در لحظات ابتدایی دارای اندازه کمتری نسبت به سه روش دیگر است. این اندازه کمتر به دلیل استفاده از توان کمتر از یک برای سیگنال خطا در روش زمان محدود است که در لحظات ابتدایی به دلیل بزرگ بودن اندازه خطا، منجر به کوچکتر شدن سیگنال ورودی کنترل در مقایسه با روش‌های دیگر می‌شود. در شکل‌های (۳) و (۵) منحنی‌های تغییرات خروجی سیستم (موقعیت جسم معلق) و خطای پایدارسازی موقعیت رسم گردیده است. همانطور که در این شکل‌ها ملاحظه می‌گردد، همه روش‌ها قادر به کنترل موقعیت جسم بوده اما زمان همگرایی موقعیت با استفاده از روش پیشنهادی کمتر از روش‌های دیگر است.



شکل ۲. تغییرات سیگنال کنترل (ولتاژ اعمالی به سیستم) صادر شده توسط کنترل کننده‌های زمان محدود پیشنهادی، پسگام، مد لغزشی و فیدبک خطی ساز برای کنترل سیستم نامی



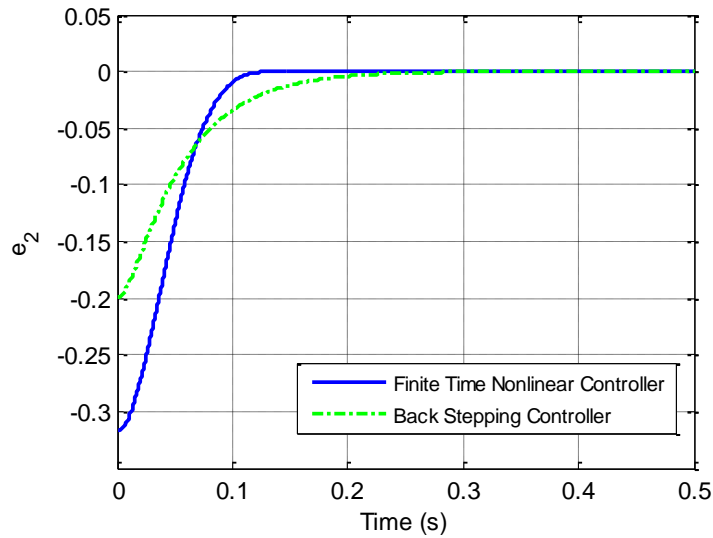
شکل ۳. تغییرات موقعیت جسم معلق با اعمال کنترل کننده‌های زمان محدود پیشنهادی، پسگام، مد لغزشی و فیدبک خطی ساز برای کنترل سیستم نامی



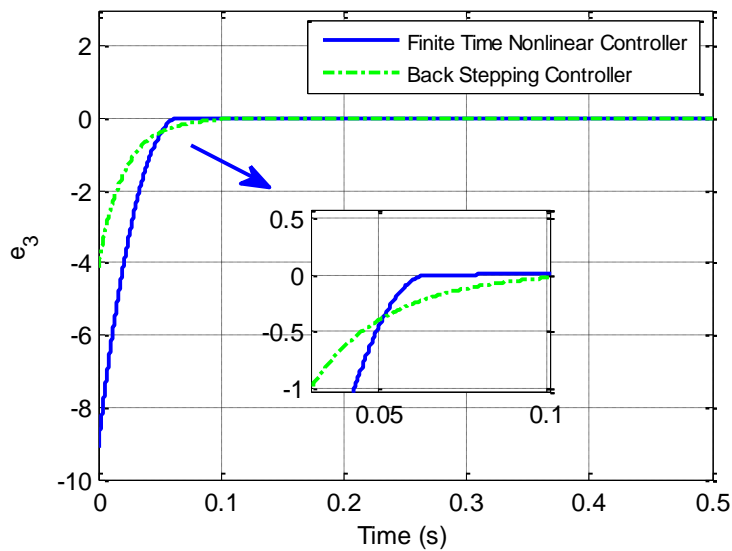
شکل ۴. تغییرات خطای موقعیت جسم معلق با اعمال کنترل کننده‌های زمان محدود پیشنهادی، پسگام، مد لغزشی و فیدبک خطی- ساز برای کنترل سیستم نامی

در شکل‌های (۵) و (۶) منحنی‌های تغییرات خطای ردیابی متغیرهای حالت دوم و سوم با اعمال کنترل کننده‌های زمان محدود پیشنهادی و پسگام رسم گردیده است. در این شکل‌ها مشاهده می‌شود که زمان همگرایی متغیرهای حالت دوم و سوم نیز در روش پیشنهادی کمتر از روش پسگام است.

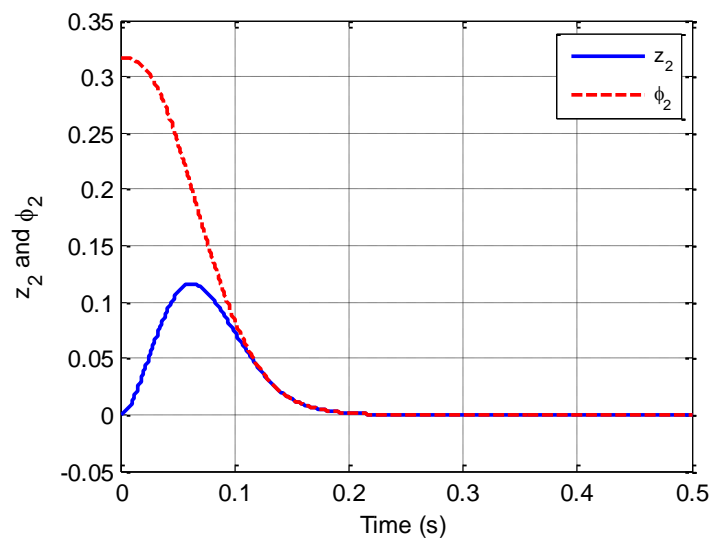
همچنین در شکل‌های (۷) و (۸) منحنی‌های مربوط به ردیابی متغیرهای حالت دوم و سوم با اعمال کنترل کننده زمان محدود پیشنهادی رسم گردیده است. در این شکل‌ها مشاهده می‌شود که متغیرهای حالت دوم و سوم در مدت زمان محدودی قادر به ردیابی متغیرهای مجازی مطلوب می‌باشند.



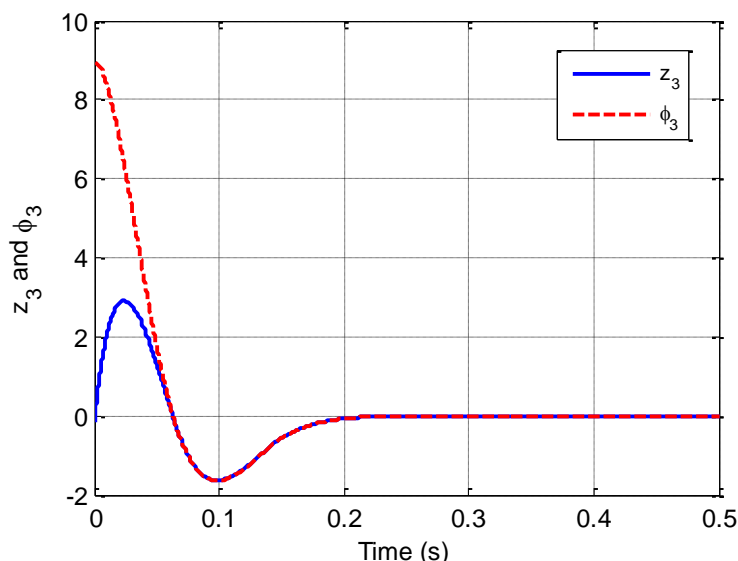
شکل ۵. تغییرات خطای ردیابی متغیر حالت دوم با اعمال کنترل کننده‌های زمان محدود پیشنهادی و پسگام برای کنترل سیستم نامی



شکل ۶. تغییرات خطای ردیابی متغیر حالت سوم با اعمال کنترل کننده‌های زمان محدود پیشنهادی و پسگام برای کنترل سیستم نامی



شکل ۷. تغییرات متغیر حالت دوم با اعمال کنترل کننده زمان محدود پیشنهادی برای کنترل سیستم نامی



شکل ۸. تغییرات متغیر حالت سوم با اعمال کنترل کننده زمان محدود پیشنهادی برای کنترل سیستم نامی

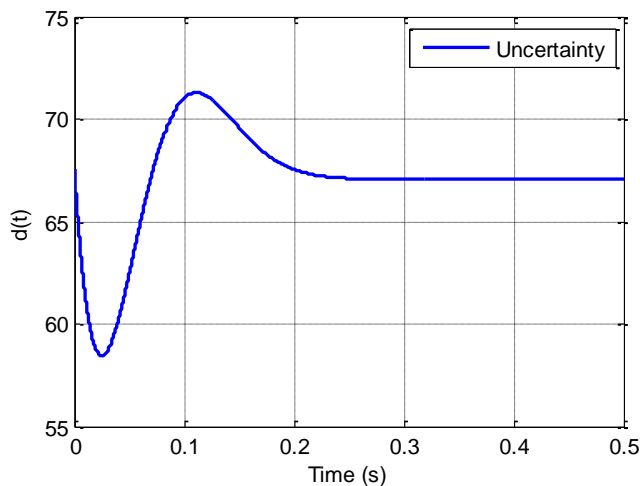
در جدول (۳) اطلاعات مربوط به کنترل کننده های شبیه سازی شده درج شده است. همانطور که مشاهده می گردد بیشینه اندازه سیگنال کنترل در روش پیشنهادی کمتر از روش های دیگر بوده در حالیکه قادر است در مدت زمان کوتاه تری خطا را با دقت بینهایت به صفر برساند. روش های دیگر همگرایی مجانبی را تضمین می کنند و زمان همگرایی برای رسیدن به ۹۹ درصد مقدار نهایی در این روش ها محاسبه گردیده است.

جدول ۳. مقایسه روش های کنترلی برای پایدارسازی جسم معلق در یک موقعیت ثابت در سیستم نامی

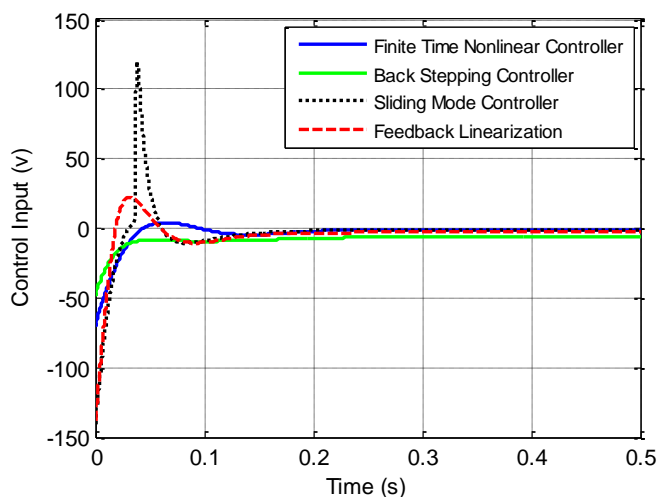
روش کنترلی	بیشینه اندازه سیگنال کنترل (ولت)	زمان همگرایی موقعیت (ثانیه)	خطا (درصد)
کنترل کننده زمان محدود پیشنهادی	۶۸	۰/۲۵	۰
کنترل کننده گام به عقب	۹۵	۰/۴۵	۱
کنترل کننده مد لغزشی	۱۵۰	۰/۳	۱
فیدبک خطی ساز	۱۴۰	۰/۴۴	۱

۴-۲- بررسی عملکرد در کنترل سیستم نامعین

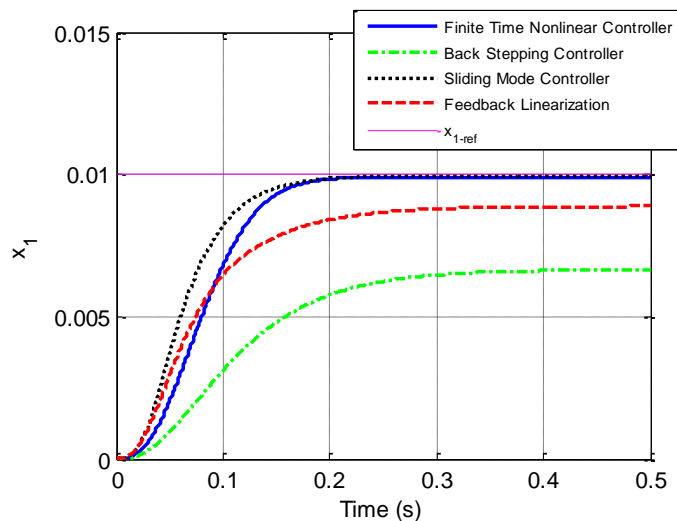
در این بخش رساندن گوی به یک موقعیت ثابت یک سانتیمتر در حضور نامعینی مطلوب است. منحنی تغییرات تابع نامعینی در شکل (۹) قابل مشاهده است. در این شرایط سیگنال کنترلی صادر شده توسط الگوریتم های کنترل در شکل (۱۰) رسم شده است. همانطور که مشاهده می شود، در حضور نامعینی نیز تمامی روش ها سیگنال کنترلی همواری صادر کرده اند که قابل پیاده سازی می باشد. سیگنال کنترلی صادر شده توسط روش زمان محدود پیشنهادی در لحظات ابتدایی دارای اندازه کمتری در مقایسه با روش های دیگر است. در شکل های (۱۱) و (۱۲) منحنی های خطای پایدارسازی موقعیت جسم معلق رسم شده است. همانطور که در این شکل ها ملاحظه می شود، علاوه بر سریعتر بودن روش زمان محدود پیشنهادی، دقت کنترل جسم معلق در حضور نامعینی در این روش بیشتر از روش های فیدبک خطی ساز و پسگام است.



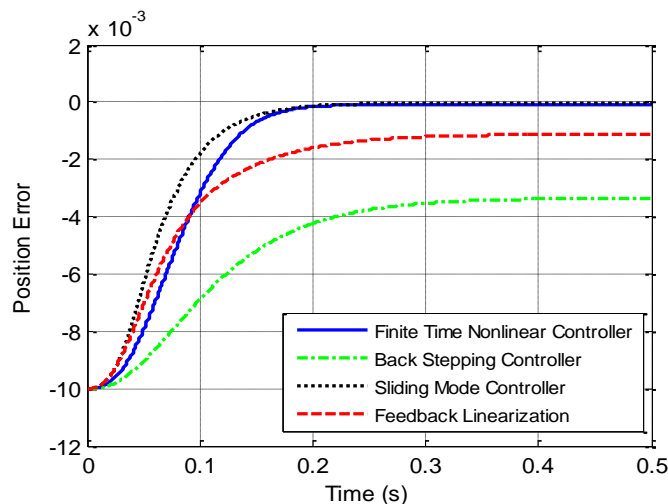
شکل ۹. تغییرات تابع نامعینی



شکل ۱۰. تغییرات سیگنال کنترل (ولتاژ اعمالی به سیستم) صادر شده توسط کنترل کننده‌های زمان محدود پیشنهادی، پسگام، مد لغزشی و فیدبک خطی ساز در حضور نامعینی

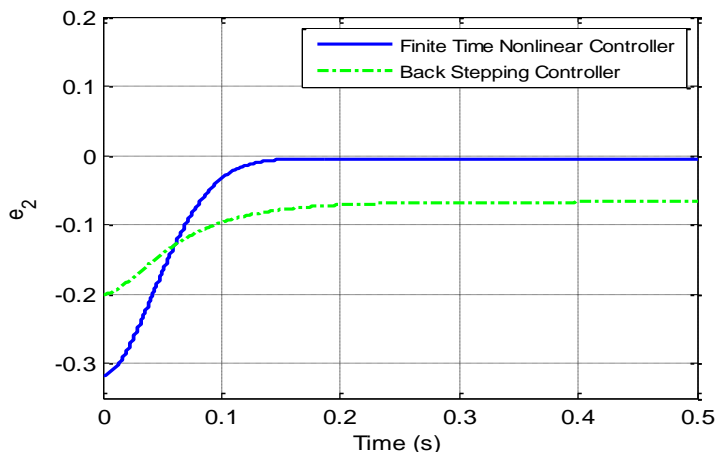


شکل ۱۱. تغییرات موقعیت جسم معلق با اعمال کنترل کننده‌های زمان محدود پیشنهادی، پسگام، مد لغزشی و فیدبک خطی ساز در حضور نامعینی

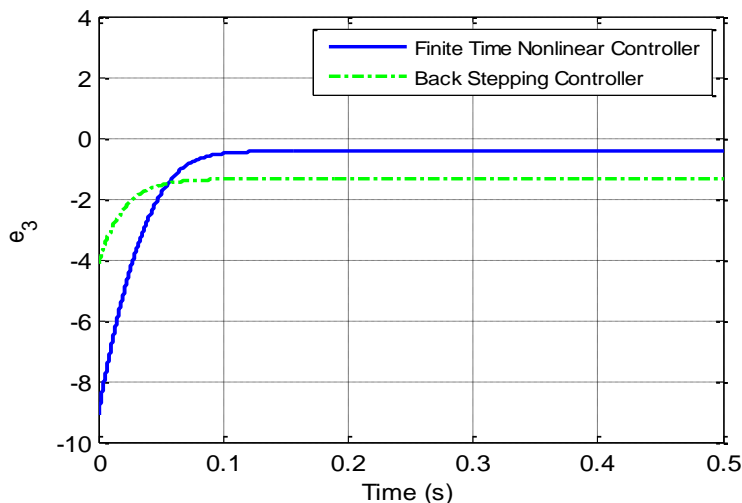


شکل ۱۲. تغییرات خطای موقعیت جسم معلق با اعمال کنترل کننده‌های زمان محدود پیشنهادی، پسگام، مد لغزشی و فیدبک خطی - ساز در حضور نامعینی

در شکل‌های (۱۳) و (۱۴) منحنی‌های تغییرات خطای ردیابی متغیرهای حالت دوم و سوم با اعمال کنترل کننده‌های زمان محدود پیشنهادی و پسگام رسم شده است. در این شکل‌ها مشاهده می‌شود که در حضور نامعینی، عملکرد روش پسگام به شدت کاهش یافته و خطای قابل توجهی در ردیابی این متغیرها رخ می‌دهد.



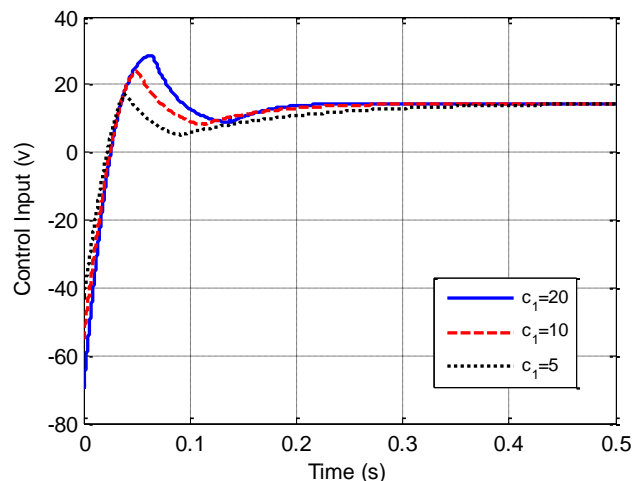
شکل ۱۳. تغییرات خطای ردیابی متغیر حالت دوم با اعمال کنترل کننده‌های زمان محدود پیشنهادی و پسگام در حضور نامعینی



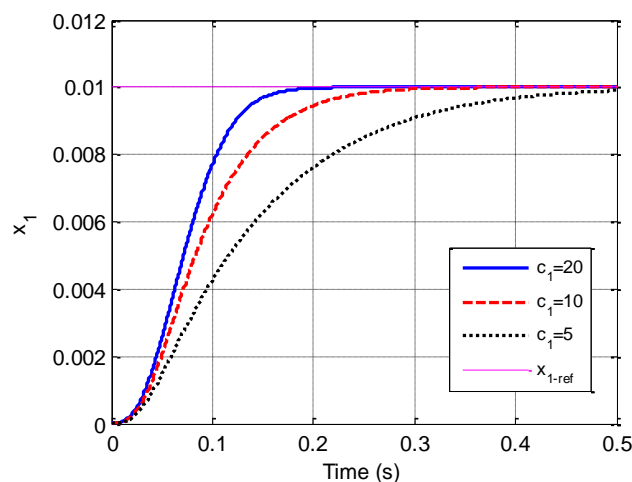
شکل ۱۴. تغییرات خطای ردیابی متغیر حالت سوم با اعمال کنترل کننده‌های زمان محدود پیشنهادی و پسگام در حضور نامعینی

۴-۳- تنظیم زمان همگرایی در روش پیشنهادی با تغییر بهره‌های کنترل

در این بخش، تنظیم زمان همگرایی در روش پیشنهادی با تغییر بهره‌های کنترل کننده بررسی می‌شود. برای این منظور به ازای مقادیر مختلف برای بهره C_1 سیگنال کنترل و منحنی تغییرات موقعیت جسم معلق در شکل‌های (۱۵) و (۱۶) رسم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، با تغییر بهره می‌توان زمان همگرایی را کاهش داد و البته این کاهش زمان همگرایی به ازای افزایش اندازه سیگنال کنترل حاصل می‌شود. نقش بهره‌های دیگر نیز در کاهش زمان همگرایی به صورت مشابه قابل بیان است.



شکل ۱۵. تغییرات سیگنال کنترل (ولتاژ اعمالی به سیستم) صادر شده توسط کنترل کننده زمان محدود پیشنهادی به ازای بهره‌های مختلف



شکل ۱۶. تغییرات موقعیت جسم معلق با اعمال کنترل کننده زمان محدود پیشنهادی به ازای بهره‌های مختلف

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله برای پایدارسازی موقعیت جسم معلق در سیستم تعلیق الکترومغناطیسی از سیستم کنترل حلقه بسته استفاده شد. به دلیل غیرخطی بودن مدل سیستم، از روش غیرخطی زمان محدود استفاده شد. ابتدا نرمال سازی معادلات حالت انجام شد و سپس کنترل کننده طراحی گردید. سپس کارایی کنترل کننده پیشنهادی در مقایسه با روش‌های فیدبک خطی ساز، پسگام و مد لغزشی در کنترل سیستم‌های نامی و نامعین مقایسه گردید. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند که روش غیرخطی زمان محدود پیشنهادی در

پایدارسازی موقعیت جسم معلق قادر است با تولید سیگنال کنترلی هموار و با اندازه کوچکتر نسبت به روش‌های دیگر سیستم را کنترل کند. همچنین روش پیشنهادی از روش‌های دیگر سریعتر بوده و قادر است گوی معلق را در مدت زمان کمتری به موقعیت مطلوب برساند. همانطور که در نتایج شبیه‌سازی کنترل سیستم نامعین مشاهده شد، دقت کنترل موقعیت گوی در روش زمان محدود پیشنهادی به طور قابل توجهی از روش‌های فیدبک خطی ساز و پسگام بیشتر است.

مراجع

- [1] V. Behnamgol, A.R. Vali and A. Mohammadi, "Finite Time Guidance Law to Intercept Desired LOS Angle Using NTSM Control", *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 11/ No. 2/ Summer 2018.
- [۲] رضازاده الهه، پورمحمد آقابابا محمد، علی اصغری مرتضی. طراحی کنترل کننده تحمل پذیر عیب برای سیستم‌های سوئیچ شونده غیرخطی کانونیکال در حضور عیب محرک و ورودی غیرخطی ناحیه مرده. سامانه‌های غیرخطی در مهندسی برق. ۱۴۰۰؛ ۸(۱): ۷۷-۹۸
- [3] X. Li, D. W. C. Ho, J. Cao, "Finite-time stability and settling-time estimation of nonlinear impulsive systems", *Automatica*, Vol. 99, 2019.
- [4] L. Fang, L. Ma, S. Ding, D. Zhao, "Finite-time stabilization for a class of high-order stochastic nonlinear systems with an output constraint", *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 358, 2019.
- [5] X. Xie, G. Li, "Finite time output feedback stabilization of high order nonholonomic systems". *Int J Robust Nonlinear Control*, Vol. 29, 2019.
- [6] U. Pérez-Ventura, L. Fridman, "Chattering Comparison Between Continuous and Discontinuous Sliding-Mode Controllers", *Studies in Systems, Decision and Control*, Vol 271, Springer, 2020.
- [7] V. Behnamgol, A. R. Vali, and A. Mohammadi, "A new adaptive finite time nonlinear guidance law to intercept maneuvering targets, *Aerospace Science and Technology*, vol. 68, pp. 416-421, Sep. 2017.
- [8] M. Ouzahra, Finite-time control for the bilinear heat equation, *European Journal of Control*, Volume 57, 2021, Pages 284-293,
- [9] Zhou Z, Tang G, Xu R, Han L, Cheng M. A Novel Continuous Nonsingular Finite-Time Control for Underwater Robot Manipulators. *Journal of Marine Science and Engineering*. 2021; 9(3):269.
- [10] Liang, Q, Yang, Q, Meng, W, Li, Y. Adaptive finite-time control for turbo-generator of power systems with prescribed performance. *Asian J Control*. 2021; 1– 12. <https://doi.org/10.1002/asjc.2553>
- [۱۱] غفاری ولی اله. تحلیل پایداری و طراحی قانون هدایت پایدار در زمان محدود با در نظر گرفتن نویز اندازه گیری در حلقه هدایت سامانه‌های غیر خطی در مهندسی برق. ۱۳۹۶؛ ۴(۱): ۱۱۰-۹۷
- [12] Y. Qina, H. Penga, W. Ruana, J. Wua, J. Gao, "A modeling and control approach to magnetic levitation system based on state-dependent ARX model", *Journal of Process Control*, Vol. 24, No. 1, 2014, pp. 93-112.
- [13] X. Su, X. Yang, P. Shi, L. Wu, "Fuzzy control of nonlinear electromagnetic suspension systems", *Mechatronics*, Vol. 24, No. 1, 2014, pp. 328-335.
- [14] M. H. A. Yaseen, "A comparative study of stabilizing control of a planer electromagnetic levitation using PID and LQR controllers", *Results in Physics*, Vol. 7, 2017.

- [15] K. Anurag and S. Kamlu, "Design of LQR-PID controller for linearized magnetic levitation system," 2018 2nd International Conference on Inventive Systems and Control (ICISC), Coimbatore, 2018.
- [16] M. H. A. Yaseen, "Investigation on planar electromagnetic levitation system using lead compensation and LQR controllers", *Electr Eng*, Vol. 102, 2020.
- [17] Y. Xiaozhan, Zh. Zhong, Z. Yi, W. Ligang, "Optimal H_{∞} Control for Electromagnetic Suspension Systems with Finite Frequency Specifications", *Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference*, July 28-30, 2014, Nanjing, China.
- [18] Banerjee. S., Prasad. D., and Pal. J., "Large gap control in electromagnetic levitation", *ISA, The Instrumentation, Systems, and Automation Society*, Vol. 45, No. 2, pp 215–224, April 2006.
- [19] J. He and Y. Jia, "Adaptive Sliding Mode Control for Magnetic Levitation Vehicles", *Journal of Robotics, Networking and Artificial Life*, Vol. 1, No. 2, 2014, pp. 169-173.
- [20] A. Kole, "Design and stability analysis of adaptive fuzzy feedback controller for nonlinear systems by Takagi–Sugeno model-based adaptation scheme", *Soft Comput*, Vol. 19, 2015, pp. 1747-1763.
- [21] W. Q. Zhang, J. Li, K. Zhang, and P. Cui, "Measurement and Control of Magnetic Flux Signal in a Magleb System", *Asian Journal of Control*, Vol. 17, No. 1, 2015, pp. 165-175.
- [22] P. Leng, Y. Li, D. Zhou, J. Li and S. Zhou, "Decoupling Control of Maglev Train Based on Feedback Linearization," *IEEE Access*, Vol. 7, 2019.
- [23] P. H. da Rocha, H. C. Ferreira, M. C. Porsch, R. M. Sales, "Fixed-point DSP implementation of nonlinear H controller for large gap electromagnetic suspension system", *Control Engineering Practice*, Vol. 17, 2009, pp. 1148-1156.
- [24] AL-Muthairi. F., and Zribi. M., "Sliding mode control of a magnetic levitation system", *Hindawi Publishing Corporation Mathematical blems in Engineering*, pp.93–107, 2004.
- [25] J. Xu, Y. Sun, D. Gao, W. Ma, S. Luo and Q. Qian, "Dynamic Modeling and Adaptive Sliding Mode Control for a Maglev Train System Based on a Magnetic Flux Observer," in *IEEE Access*, vol. 6, pp. 31571-31579, 2018, doi: 10.1109/ACCESS.2018.2836348.
- [26] Y. G. Hong, *Finite Time Stabilization and Stability of a Class of Controllable Systems*, *Systems and Control Letters*, Vol. 46, 2002..
- [27] Sanjay P. Bhat and Dennis S. Bernstein, *Continuous Finite-Time Stabilization of the Translational and Rotational Double Integrators*, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 43, 1998.
- [28] S. P. Bhat and D.S. Bernstein. *Finite time stability of continuous autonomous systems*. *SIAM J. Control Optim*, Vol. 38, 2000.