



دانشگاه صنعتی شاهر

DOR:

[20.1001.1.23223146.1402.10.1.4.7](https://doi.org/10.1001.1.23223146.1402.10.1.4.7)

نشریه علمی-فصلنامه‌ای در مهندسی برق

دوره ۱۰ - شماره ۱

بهار و تابستان ۱۴۰۲

صفحات ۸۴ الی ۹۷

ISSN: 2322-3146

<http://journals.sut.ac.ir/jnsee>

## طراحی قانون هدایت بر پایه فیدبک غیرخطی ترکیبی در مساله هدایت صفحه‌ای با در نظر گرفتن محدودیت شتاب جانبی

ولی اله غفاری<sup>۱</sup>، حسن محمد خانی<sup>۲</sup>

**نویسنده مسئول**، گروه مهندسی برق، دانشگاه خلیج فارس، بوشهر، ایران

E-mail: [vghaffari@pgu.ac.ir](mailto:vghaffari@pgu.ac.ir)

<sup>۲</sup>گروه مهندسی هوافضا، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، تهران، ایران

Email: [hm4393@gmail.com](mailto:hm4393@gmail.com)

### چکیده

### واژه‌های کلیدی

قانون هدایت فیدبک غیرخطی ترکیبی زاویه خط دید معمولاً وجود محدودیت در سیگنال شتاب جانبی، اثرات نامطلوبی بر پایداری و عملکرد حلقه هدایت دارد. به منظور بهبود پاسخ گذرای سیستم در حضور ورودی مقید، فیدبک غیرخطی ترکیبی می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. در این روش، قانون هدایت علاوه بر قسمت خطی مرسوم دارای یک عبارت غیرخطی اضافی می‌باشد. در نتیجه مشخصات کیفی پاسخ گذرای سیستم با کمک آن تغییر داده می‌شود. بخش غیرخطی تابعی از نرخ زاویه خط دید است، به گونه‌ای که در مبدا و در بینهایت بی اثر می‌گردد. همچنین در محدوده خاصی از نرخ زاویه خط دید، آن عبارت اضافی بر پاسخ گذرای سیستم تاثیرگذار می‌باشد. در این مقاله، برای بخش خطی قانون هدایت، هدایت تناسبی انتخاب شده است. از این رو، با استفاده از ایده فیدبک غیرخطی ترکیبی، یک الگوریتم هدایت برای مساله ردیابی هدف ارائه می‌گردد. با هدایت پیشنهادی، پایداری سیستم هدایت با نظریه پایداری لیاپانف به صورت تحلیلی اثبات می‌گردد. سپس، رویکرد مطرح شده برای یک مثال عددی شبیه‌سازی می‌شود و نتایج آن با روش هدایت موجود مقایسه خواهد شد. در حضور قید در ورودی شتاب، همان‌گونه که مورد انتظار است هدایت پیشنهادی در قیاس با سایر رویه‌های مشابه، با تضمین پایداری حلقه، عملکرد و پاسخ گذرای حلقه هدایت را به طور چشم‌گیری بهبود می‌دهد.

قانون هدایت

فیدبک غیرخطی ترکیبی

زاویه خط دید



Sahand University  
of Technology

DOR:

[20.1001.1.23223146.1402.10.1.4.7](https://doi.org/10.1001.1.23223146.1402.10.1.4.7)

Journal of Nonlinear  
Systems in Electrical  
Engineering

Vol.10, No.1

Spring and Summer 2023

ISSN: 2322 – 3146

<http://journals.sut.ac.ir/jnsee>

# A Composite Nonlinear Feedback Based Guidance Law for Planar Guidance Problem in the Presence of Constrained Lateral Acceleration

Valiollah Ghaffari<sup>1</sup>, Hasan Mohammadxan<sup>2</sup>

<sup>1</sup>**Corresponding Author**, Department of Electrical Engineering, Persian Gulf University, Bushehr, Iran

Email. [vghaffari@pgu.ac.ir](mailto:vghaffari@pgu.ac.ir)

<sup>2</sup>Department of Aerospace Engineering, Imam Hossein University, Tehran, Iran

Email. [hm4393@gmail.com](mailto:hm4393@gmail.com)

## ABSTRACT

### Keywords

Guidance law

Composite nonlinear  
feedback

Line-of-sight

Usually, lateral acceleration constraint has would have undesirable effects on the stability and performance of a guidance system. The composite nonlinear feedback (CNF) can be effectively used to improve the transient response of the closed-loop system in the presence of the constrained input. In this way, guidance law consists of an extra nonlinear term besides the conventional linear one. As a result, such a term improves the qualitative characteristics of the transient response. Meanwhile, the nonlinear term is a function of the rate of line-of-sight (LOS) angle which is not activated at origin and infinity. Thus, it would be effective only in a specified region. In this paper, proportional navigation is employed for the linear term of the CNF-based guidance law. Therefore, a guidance algorithm is developed for tracking problems using the CNF idea. Applying the proposed guidance method, the closed-loop stability is analytically proved via the well-known Lyapunov stability theory. The suggested approach is simulated in a numerical example. Then the results are compared with an existing technique. As expected, guaranteeing closed-loop stability, in contrast to a similar method, the proposed scheme considerably improves the performance and transient response of the guidance system in the presence of lateral acceleration limitations.

## ۱- مقدمه

اصولاً دست‌یابی به قواعد هدایت کارآمد و دقیق نیاز بدیهی غالب مسائل هدایت می‌باشد. از آن جهت، رسانیدن وسیله به هدف مورد نظر در مدت زمان مناسب با در نظر گرفتن محدودیت‌های فیزیکی حاکم، از اولویت‌های بنیادی هدایت است. امروزه فنون و منطق‌های متنوعی برای رسیدن این منظور وجود دارد. پاره‌ای از آن‌ها بر پایه تحلیل بوده و برخی دیگر نیز غیرتحلیلی است. روش‌های مبتنی بر نرخ زاویه خط دید از مهم‌ترین دسته تحلیلی هستند. در این قوانین، ابتدا می‌بایست معادلات دیفرانسیل توصیف کننده نرخ زاویه خط دید تعیین شود و سپس به مساله طراحی کنترل کننده تبدیل شود. در نهایت قانون هدایت مناسب استخراج گردد. بنابراین هدف از طراحی الگوریتم هدایت در این رویکرد، صفر شدن نرخ زاویه خط دید خواهد بود.

هدایت تناسبی پرکاربردترین نوع از روش هدایت مبتنی بر نرخ زاویه خط دید می‌باشد. در این روش متناسب با تغییرات زاویه خط دید و سرعت نزدیک شونده‌گی فرمان شتاب جانبی تولید می‌گردد. بدیهی است که اگر زاویه خط دید مقدار ثابتی شود آن وقت شتاب جانبی اعمال شده به جسم صفر خواهد بود و در نتیجه وسیله به هدف مورد نظر خواهد رسید. برای استخراج هدایت تناسبی، سرعت هدف و سرعت جسم ثابت در نظر گرفته شده است. همچنین فرض می‌گردد که سرعت جسم از سرعت هدف بزرگتر است. هرچند هدایت تناسبی علی‌رغم ساده بودن، دارای ساختار مقاومی می‌باشد اما نسخه‌های متنوع آن برای شرایط مختلف توسعه داده شده است [۱].

غالب اوقات روابط حاکم بر مساله هدایت می‌تواند شبیه معادلات یک سیستم کنترل تصور شود. بنابراین از ساز و کارهای موجود در طراحی کنترل کننده می‌توان برای تحلیل پایداری و طراحی قانون هدایت بهره‌مند شد. نظریه پایداری لیاپانف همواره برای تحلیل سیستم‌های غیرخطی ابزار قدرتمندی می‌باشد [۲]. مکانیزم‌های متعددی برای رسیدن به الگوریتم هدایت مبتنی بر نرخ زاویه خط دید وجود دارد. از اصلی‌ترین آن‌ها می‌توان به طراحی سیستم هدایت با ساختارهای بهینه [۳، ۴]، زیربهینه [۵]، خطی سازی با فیدبک [۶]، کنترل پیش‌بین [۷-۹]، ریاضیات با مشتقات کسری [۱۰]، تکنیک‌های یادگیری [۱۱]، مدل‌غزشی [۱۲، ۱۳]، تطبیقی [۱۴]، مقاوم [۱۵]، گام به عقب [۱۶]، پایدار در زمان محدود [۱۷، ۱۸] و موارد دیگر اشاره نمود. برخی اوقات در طراحی قانون هدایت کاربردی نظریه پایدار در زمان محدود جزئی کارساز می‌باشد [۱۹]. الگوریتم هدایت با ویژگی پایدار ورودی به حالت در زمان محدود در [۲۰] ارائه شده است. از کنترل پیش‌بین و کنترل تاخیر زمانی برای تعیین ضریب هدایت تناسبی بهره گرفته شده است [۸]. [۲۱]. در اهداف دارای مانور با محدودیت در زاویه برخورد می‌تواند طراحی قانون هدایت انجام شود [۲۲-۲۴]. اخیراً اثرات نویز اندازه‌گیری بر عملکرد و پایداری حلقه هدایت در [۲۵] مطالعه شده است. می‌توان از نامساوی‌های ماتریسی خطی برای طراحی قانون هدایت پیش‌بین مقاوم استفاده نمود [۹]. هر چند قواعد هدایت در ابتدا برای سادگی در مسائل هدایت دو بعدی فرمول بندی می‌شوند، اما آن‌ها به راحتی قابل تعمیم به سه بعد می‌باشند [۲۶-۲۸].

عموماً به اشباع رفتن عملگر در کاربردهای عملی امری اجتناب‌ناپذیر می‌باشد. این پدیده غیرخطی ممکن است پایداری و عملکرد را تحت الشعاع قرار دهد. مادامی که سیگنال کنترل در محدوده مجاز عملگر باشد مدل خطی توصیف خوبی از سیستم خواهد داشت. بنابراین روش‌های کنترل خطی مستقیماً قابل استفاده است. امروزه در طراحی سیستم کنترل رهیافت‌های متنوعی برای

غلبه بر این پدیده وجود دارد. از مهم‌ترین آن‌ها می‌توان فیدبک غیرخطی ترکیبی [۲۹] کنترل پیش‌بین [۳۰] و راهکارهای ضد اشباع [۳۱] را نام برد.

در کنترل فیدبک غیرخطی ترکیبی، کنترل‌کننده از دو بخش خطی و غیرخطی تشکیل می‌شود. قسمت خطی رفتار ماندگار را تصحیح می‌نماید. هرچند ممکن است پاسخ گذرای مناسبی با اعمال بخش خطی قانون کنترل بدست نیاید. به هر حال، اصلاح پاسخ گذرای سیستم با بخش غیرخطی انجام خواهد شد [۲۹]. در کنترل پیش‌بین سیگنال کنترل ورودی یا پارامترهای کنترل‌کننده از حل یک مساله کمینه‌یابی تعیین می‌گردد [۳۰]. در روش‌های ضد اشباع، محدودیت‌های سیگنال ورودی در طراحی قانون کنترل لحاظ خواهد شد [۳۱].

از آن جا که بهبود عملکرد حلقه با وجود قید روی سیگنال شتاب ورودی، مهم‌ترین دستاورد روش فیدبک غیرخطی ترکیبی می‌باشد، در این مطالعه از آن مزیت برای دست‌یابی به قانون هدایت موثر استفاده می‌شود. در این روال، فرمان شتاب اعمالی از ترکیب دو سیگنال مستقل از هم تعیین خواهد شد. از این رو، یکی از آن‌ها با یک فیدبک خطی و دیگری با فیدبک غیرخطی ساخته می‌شود. قسمت فیدبک خطی همانند قوانین کلاسیک ساختار خطی مانند هدایت تناسبی بهره ثابتی دارد. به علاوه ضرایب فیدبک خطی به گونه‌ای انتخاب می‌شوند که هدف مساله ردگیری را در زمان قابل قبولی برآورده نمایند. سپس بخش غیرخطی قانون هدایت به گونه‌ای تعیین خواهد شد تا پاسخ گذرای نهایی سیستم حلقه بسته را بهبود دهد.

بخش‌های بعدی مقاله به قرار زیر می‌باشند: ابتدا به بیان و فرمول بندی مساله هدایت پرداخته شده است. سپس در بخش سوم با استفاده از ایده فیدبک غیرخطی ترکیبی، روش هدایت پیشنهادی ارائه خواهد شد. به منظور نشان دادن کارآیی و بهبود پاسخ گذرا، یک شبیه‌سازی عددی در بخش چهارم انجام شده و نتایج آن با روش موجود مقایسه گردیده است. در نهایت نتیجه‌گیری مطالعه در بخش پنجم بیان شده است.

## ۲- بیان مساله هدایت

تصور کنید در دستگاه مختصات دو بعدی، جسم  $M$  با سرعت ثابت  $V_M$  و زاویه  $\varphi_M$  در حرکت می‌باشد. همچنین هدف  $T$  دارای سرعت ثابت  $V_T$  و زاویه  $\varphi_T$  است. زاویه  $\varphi_T$  می‌تواند مقداری ثابت یا متغیر با زمان انتخاب شود. اگر  $\lambda$  بیانگر زاویه خط دید و نشان دهنده فاصله نسبی جسم با هدف باشد، معادلات حاکم بر مساله به طریق زیر می‌تواند بیان گردد [۱]:

$$\begin{cases} \dot{r} = V_T \cos(\lambda - \varphi_T) - V_M \cos(\lambda - \varphi_M) \\ r\dot{\lambda} = -V_T \sin(\lambda - \varphi_T) + V_M \sin(\lambda - \varphi_M) \end{cases} \quad (1)$$

اگر  $t_0$  زمان شروع و  $t_f$  زمان رسیدن جسم به هدف باشد آن وقت معادلات (۱) در بازه زمانی  $t_0 \leq t \leq t_f$  معتبر می‌باشد. در این سیستم، به دنبال یافتن فرمان مناسب زاویه سمت  $\varphi_M$  هستیم که جسم  $M$  را به سمت هدف مورد نظر  $T$  هدایت نماید. در این جا منظور از طراحی قانون هدایت، انتخاب مناسب زاویه  $\varphi_M$  می‌باشد. با توجه به ثابت بودن سرعت جسم، موقعیت لحظه‌ای جسم در صفحه به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\begin{cases} x_M(t) = x_M(t_0) + V_M \int_{t_0}^t \cos(\varphi_M(\tau)) d\tau \\ y_M(t) = y_M(t_0) + V_M \int_{t_0}^t \sin(\varphi_M(\tau)) d\tau \end{cases} \quad (2)$$

به طریق مشابه، موقعیت فعلی هدف نیز به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{cases} x_T(t) = x_T(t_0) + V_T \int_{t_0}^t \cos(\varphi_T(\tau)) d\tau \\ y_T(t) = y_T(t_0) + V_T \int_{t_0}^t \sin(\varphi_T(\tau)) d\tau \end{cases} \quad (۳)$$

فاصله نسبی جسم با هدف (بر حسب متر) از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$r(t) = \sqrt{(x_T(t) - x_M(t))^2 + (y_T(t) - y_M(t))^2} \quad (۴)$$

با مشتق‌گیری نسبت به زمان از رابطه (۱) خواهیم داشت:

(۵)

$$\dot{r}\dot{\lambda} + r\ddot{\lambda} = -\dot{\lambda}V_T \cos(\lambda - \varphi_T) + \dot{\varphi}_T V_T \cos(\lambda - \varphi_T) + \dot{\lambda}V_M \cos(\lambda - \varphi_M) - \dot{\varphi}_M V_M \cos(\lambda - \varphi_M)$$

با جایگزینی رابطه (۱) در معادله (۵) داریم:

$$r\ddot{\lambda} + 2\dot{r}\dot{\lambda} = \dot{\varphi}_T V_T \cos(\lambda - \varphi_T) - \dot{\varphi}_M V_M \cos(\lambda - \varphi_M) \quad (۶)$$

متغیرهایی کمکی مانند سرعت نزدیک شونده‌گی، نرخ زاویه خط دید، شتاب جانبی وارده به جسم و شتاب جانبی هدف، به

صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$v_c \stackrel{\text{def}}{=} -\dot{r}$$

$$x \stackrel{\text{def}}{=} \dot{\lambda}$$

$$u \stackrel{\text{def}}{=} \dot{\varphi}_M V_M \cos(\lambda - \varphi_M)$$

$$w \stackrel{\text{def}}{=} \dot{\varphi}_T V_T \cos(\lambda - \varphi_T)$$

در نتیجه، تساوی (۶) به رابطه زیر منجر می‌گردد:

$$\dot{x} = \frac{1}{r}(2v_c x + w - u) \quad (۷)$$

در رابطه (۷)،  $x$  بیان‌کننده تغییرات زاویه خط دید و  $v_c$  نشان‌دهنده سرعت نزدیک شونده‌گی جسم به هدف می‌باشد. نشان داده شده است با انتخاب قانون (۸) معادلات توصیف‌کننده سیستم هدایت بدون اشباع (۷) پایدار مجانبی خواهد شد [۱].

$$u(x) = N v_c x + w, \quad N > 2 \quad (۸)$$

اگر زاویه هدف مقدار ثابتی باشد، آنگاه  $w$  از رابطه (۸) حذف خواهد شد. در رابطه (۸)، ضریب  $N$  به ثابت ناوبری معروف

است. معمولاً در علم هدایت و ناوبری، رابطه (۸) به هدایت تناسبی مشهور است [۱]. در امر هدایت اجسام، تاکنون استفاده‌های متنوع و فراوانی از ضابطه (۸) شده است.

در کاربردهای عملی، مقدار عددی شتاب جانبی که با رابطه (۸) محاسبه می‌گردد، ممکن است از محدوده مجاز جسم خارج شود. از این رو، با در نظر گرفتن بیشینه شتاب جانبی مجاز جسم  $u_{\max}$ ، رابطه (۷) به فرم زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{x} = \frac{1}{r}(2v_c x + w - \text{sat}(u)) \quad (9)$$

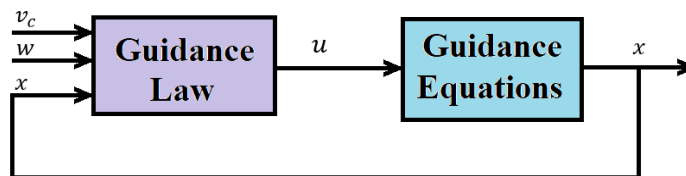
در رابطه (۹) تابع اشباع  $\text{sat}(\cdot)$  به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\text{sat}(u) = \begin{cases} u_{\max}, & u > u_{\max} \\ u, & -u_{\max} \leq u \leq u_{\max} \\ -u_{\max}, & u < -u_{\max} \end{cases}$$

بنابراین رابطه (۹) توصیف کننده تغییرات زاویه خط دید با در نظر گرفتن اشباع در فرمان شتاب جانبی است. مادامی که شتاب جانبی تولید شده توسط قانون هدایت در محدوده مجاز است آن سیگنال ورودی به جسم اعمال خواهد گردید. در غیر این صورت مقادیر اشباع متناظر استفاده خواهد شد. در این سیستم هدایت، به دنبال یافتن شتاب جانبی مناسب هستیم که سیستم (۹) پایدار مجانبی شده و پاسخ گذرای آن (معیارهایی مانند زمان نشست، زمان رسیدن، فراجش، فاصله از دست دهی و ...) تا حد امکان بهبود داده شود. در ادامه برای بهبود پاسخ گذرا در حضور ورودی اشباع، به طراحی قانون هدایت برای (۹) پرداخته شده است.

### ۳- الگوریتم هدایت پیشنهادی

در قوانین هدایت مبتنی بر نرخ زاویه خط دید می‌بایست شتاب جانبی  $u$  به گونه‌ای تعیین گردد که نرخ زاویه خط دید صفر شود. عموماً در این موارد، علاوه بر اندازه‌گیری نرخ زاویه خط دید به اندازه‌گیری شتاب هدف و سرعت نزدیک شدن نیازمندیم. بلوک دیاگرام فرم بسته الگوریتم هدایت در شکل ۱ آورده شده است.



شکل ۱- بلوک دیاگرام الگوریتم هدایت

با رویکرد فیدبک غیرخطی ترکیبی، سیگنال هدایت به صورت زیر ساخته می‌شود:

$$u = u_L + u_N \quad (10)$$

عبارت  $u_L(x)$  بایستی به گونه‌ای انتخاب شود که رابطه زیر برقرار شود:

$$|u_L(t)| \leq u_{\max} \quad (11)$$

برای سادگی  $u_L(x)$  به فرم زیر انتخاب می‌گردد:

$$u_L(x) = Nv_c x + w, \quad N > 2 \quad (12)$$

**فرض ۱:** ثابت ناوبری  $N$  به گونه‌ای وجود دارد که نامساوی (۱۱) برقرار است.

برای بهبود پاسخ گذرا، تابع غیرخطی به گونه‌ای انتخاب می‌گردد که نامساوی زیر برقرار شود:

$$xu_N(x) > 0 \quad (۱۳)$$

به زبان ساده، تابع  $u_N(x)$  در ربع اول و سوم قرار می‌گیرد.

**قضیه ۱:** سیستم هدایت با فرض ۱ را در نظر بگیرید. با استفاده از قانون هدایت (۱۰)، معادلات هدایت در حضور ورودی اشباع (۹) پایدار مجانبی فراگیر خواهد شد.

**اثبات:** تابع لیاپانف  $V(x) = \frac{1}{2}x^2$  را در نظر می‌گیریم. مشتق تابع لیاپانف نسبت به زمان به صورت زیر در می‌آید:

$$\dot{V}(x) = \frac{1}{r}x(2v_c x + w - \text{sat}(u)) \quad (۱۴)$$

با انتخاب قانون هدایت (۱۰)، داریم:

$$\dot{V}(x) = \frac{1}{r}x(2v_c x + w - \text{sat}(u_L(x) + u_N(x))) \quad (۱۵)$$

به سمت راست (۱۵)، عبارت  $u_L(x)$  را اضافه و کم می‌کنیم.

$$\dot{V}(x) = \frac{1}{r}x(2v_c x + w - u_L(x) + u_L(x) - \text{sat}(u_L(x) + u_N(x))) \quad (۱۶)$$

با تعریف  $\omega(x) = u_L(x) - \text{sat}(u_L(x) + u_N(x))$ ، داریم:

$$\dot{V}(x) = \frac{1}{r}(- (N - 2)v_c x^2 + x\omega(x)) \quad (۱۷)$$

با لحاظ نمودن  $N > 2$ ، داریم:

$$\dot{V}(x) < \frac{1}{r}x\omega(x) \quad (۱۸)$$

در ادامه برای تمام شرایط (سه ناحیه ممکن)، با توجه به (۱۱)، نامساوی  $x\omega(x) \leq 0$  نشان داده خواهد شد.

ناحیه اول. اگر  $-u_{\max} \leq u \leq u_{\max}$  باشد، آن وقت در محدوده خطی،  $\omega(x) = 0$  می‌گردد. پس  $x\omega(x) = 0$  خواهد بود.

ناحیه دوم. در محدوده اشباع، اگر نامساوی  $u > u_{\max}$  باشد، آن وقت  $\omega(x) = u_L(x) + u_N(x) - u_{\max} > 0$  می‌گردد. در

نتیجه نامساوی  $u_N(x) > u_{\max} - u_L(x)$  برقرار خواهد بود. طبق رابطه (۱۱)،  $u_{\max} - u_L(x) > 0$  می‌باشد. پس

$u_N(x) > 0$  خواهد بود. با لحاظ نمودن (۱۳)،  $x\omega(x) > 0$  می‌گردد.

ناحیه سوم. در محدوده اشباع، اگر  $u < -u_{\max}$  برقرار باشد، آن وقت  $\omega(x) = u_L(x) + u_N(x) + u_{\max} < 0$  می‌گردد. در نتیجه نامساوی  $u_N(x) < -u_{\max} - u_L(x)$  برقرار خواهد بود. طبق نامساوی (۱۱)،  $-u_{\max} - u_L(x) < 0$  می‌باشد. پس  $u_N(x) < 0$  خواهد بود. با لحاظ نمودن (۱۳)،  $x\omega(x) > 0$  می‌گردد.

بنابراین برای سیستم حلقه بسته،  $\dot{V}(x)$  همواره مقداری منفی معین خواهد بود. در نتیجه، با توجه به شعاعی نامحدود بودن  $V(x)$ ، تضمین می‌گردد که با استفاده از قانون هدایت (۱۰)، سیستم هدایت با وجود ورودی اشباع (۹) پایدار مجانبی فراگیر خواهد شد. از این رو، نرخ زاویه خط دید  $x$  و همچنین فرمان شتاب جانبی  $u$  به صفر همگرا خواهد شد. با فرض غالب بودن سرعت جسم نسبت به هدف، بدیهی است که در این شرایط جسم به هدف خواهد رسید.

**توجه ۱:** به منظور اعمال قانون هدایت به جسم، بایستی از طریق رابطه زیر شتاب جانبی به زاویه تبدیل گردد:

$$\varphi_M(t) = \varphi_M(t_0) + \int_{t_0}^t \frac{u(\tau)}{V_M \cos(\lambda(\tau) - \varphi_M(\tau))} d\tau \quad (19)$$

از این رو، در هدایت تناسبی و مشتقات آن، فرمان زاویه سمت با استفاده توام از رابطه‌های (۸) و (۱۹) تعیین خواهد شد.

**توجه ۲:** هر چند سیستم هدایت به تنهایی با هدایت تناسبی می‌تواند پایدار مجانبی گردد، با افزودن عبارت غیرخطی به قانون هدایت پاسخ گذرا بهبود داده می‌شود. بخش غیرخطی قانون هدایت طوری انتخاب می‌گردد که علاوه بر برآورده نمودن نامساوی (۱۳)، در مبدا و بینهایت بی‌اثر باشد. پس داریم:

$$\begin{cases} u_N(0) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow \pm\infty} u_N(x) = 0 \end{cases} \quad (20)$$

توابع مختلفی را برای  $u_N(x)$  می‌توان در نظر گرفت. برای نمونه،  $u_N(x)$  می‌تواند به فرم نمایی زیر باشد:

$$u_N(x) = \beta x e^{-\alpha|x|} \quad (21)$$

یا تابع زیر انتخاب شود:

$$u_N(x) = \frac{\beta x}{1 + \alpha x^2} \quad (22)$$

در رابطه‌های (۲۱) و (۲۲)، ضرایب  $\alpha$  و  $\beta$  اعداد مثبتی می‌باشند.

**توجه ۳:** در کاربردهای هدایت، الگوریتم پیشنهادی با قدم‌های زیر می‌تواند طراحی و پیاده‌سازی گردد:

قدم اول) ثابت ناوبری  $N$  به گونه‌ای تعیین شود که (۱۱) برآورده شود.

قدم دوم) انتخاب  $u_N(x)$  و تنظیم ضرایب آن

یاد آوری می‌گردد که تابع غیرخطی  $u_N(x)$ ، با حفظ پایداری حلقه هدایت، عملکرد گذرای سیستم هدایت را بهبود خواهد داد. در نتیجه با تغییر در ضرایب عبارت غیرخطی، پاسخ گذرای سیستم هدایت بهینه تنظیم خواهد شد.



**توجه ۴:** اگر چه قانون هدایت قضیه ۱ برای حرکت در صفحه (فضای ۲ بعدی) مطرح شده است، با در نظر گرفتن دو صفحه عمود بر هم، آن الگوریتم می‌تواند برای فضای ۳ بعدی تعمیم یابد. در این صورت برای هر کدام از صفحات مذکور، نرخ زاویه خط دید و شتاب جانبی جداگانه تعریف خواهد شد.

در بخش بعد، کاربردی از رویکرد هدایت پیشنهادی در یک مثال عددی استفاده خواهد شد.

## ۴- شبیه‌سازی

برای نشان دادن کارایی روش هدایت استخراج شده، قانون هدایت در یک سناریوی هدایت ۲ بعدی استفاده خواهد شد. در شبیه‌سازی عددی، سرعت جسم، سرعت و زاویه هدف به صورت زیر انتخاب می‌گردد:

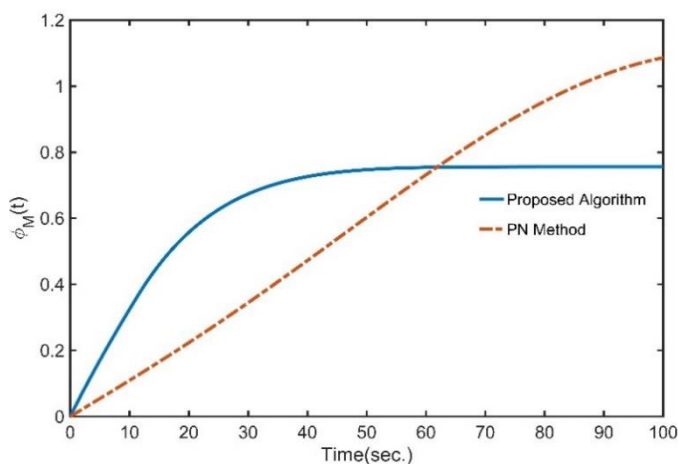
$$V_M = 200, V_T = 100, \Phi_T = 0.5$$

همچنین، شرایط اولیه زاویه خط دید، زاویه جسم و فاصله نسبی به صورت زیر می‌باشد:

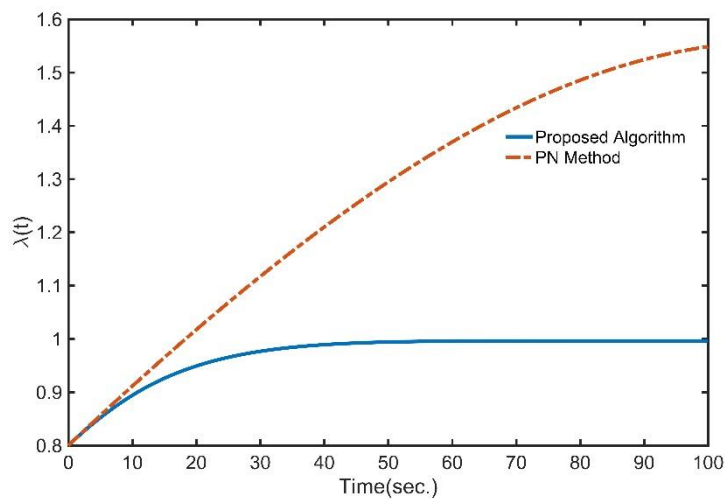
$$\lambda(0) = 0.8, \Phi_M(0) = 0, r(0) = 10000$$

محدوده مجاز شتاب جانبی قابل تحمل جسم ۵ متر بر مجذور ثانیه تعیین شده است ( $|u(t)| \leq 5$ ). مطابق توجه ۳، قانون هدایت تناسبی با  $N = 3$  به عنوان قسمت خطی قانون هدایت انتخاب می‌شود. با انجام شبیه‌سازی می‌توان چک نمود که شرط (۱۱) برآورده می‌شود. با انتخاب عبارت غیرخطی (۲۱)، نتایج قضیه ۱ برای این سیستم هدایت استفاده می‌گردد. در رابطه (۲۱)، پارامترهای تابع غیرخطی به صورت  $\alpha = 1$  و  $\beta = 500$  در نظر گرفته شده است.

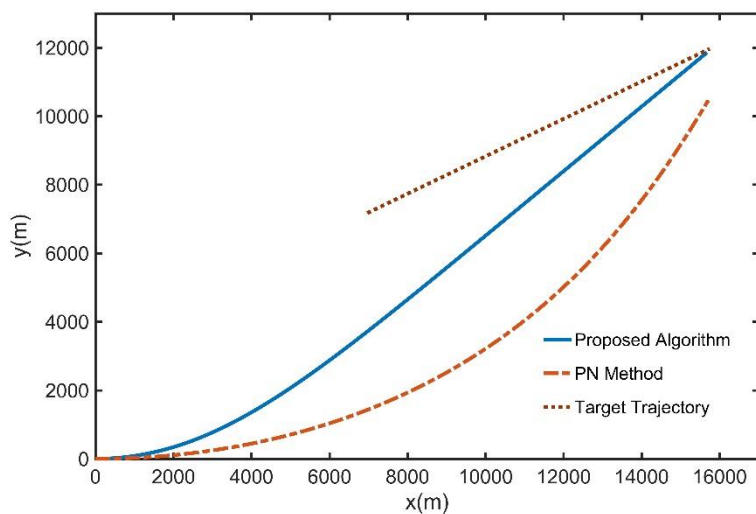
از آن جا که به لحاظ تعداد سنسور مورد استفاده، هدایت تناسبی مشابه با روش این مقاله است. پس در پیاده‌سازی الگوریتم پیشنهادی، نیاز به سنسور اضافی نمی‌باشد. از طرفی، هدایت تناسبی در دسته روش‌های مقاوم، منسجم و کلاسیک هدایت قرار دارد. در نتیجه، برای نشان دادن اثربخشی رویکرد ارائه شده در این مطالعه، منطق پیشنهادی با نتایج هدایت تناسبی مقایسه خواهد شد. با داده‌های فوق، متغیرهای معادلات هدایت در محیط Simulink نرم‌افزار Matlab در مدت زمان ۱۰۰ ثانیه حل می‌گردند. برای حل عددی معادلات دیفرانسیل، زمان انتگرال‌گیری ۱ میلی‌ثانیه انتخاب شده است. با اعمال روش هدایت پیشنهادی و مقایسه با هدایت تناسبی، نتایج شبیه‌سازی انجام شده به قرار زیر می‌باشد. زاویه لحظه‌ای جسم در شکل ۲ و مقادیر لحظه‌ای زاویه خط دید بین جسم و هدف در شکل ۳ آورده شده است. در شکل ۴، فاصله نسبی بین جسم و هدف (نزدیک شوندگی) نشان داده می‌شود. مطابق شکل ۴، روشن است با به کارگیری هدایت مطرح شده، جسم در مدت زمان کمتری به هدف مورد نظر خواهد رسید. علاوه بر آن، در مدت زمان ۱۰۰ ثانیه، فاصله جسم تا هدف با هدایت تناسبی ۱۵۰۱ متر است، در حالی که با رویکردی پیشنهادی ۱۳۱ متر می‌گردد. جابه‌جایی جسم و هدف در دستگاه مختصات دو بعدی در شکل ۵ نشان داده شده است. در شکل ۶، تغییرات زاویه خط دید آورده شده است. شتاب جانبی اعمال شده به جسم در شکل ۷ ترسیم شده است. از شکل ۷ به وضوح دیده می‌شود که در روش مطرح شده، محدودیت شتاب جانبی جسم در نظر گرفته شده است.



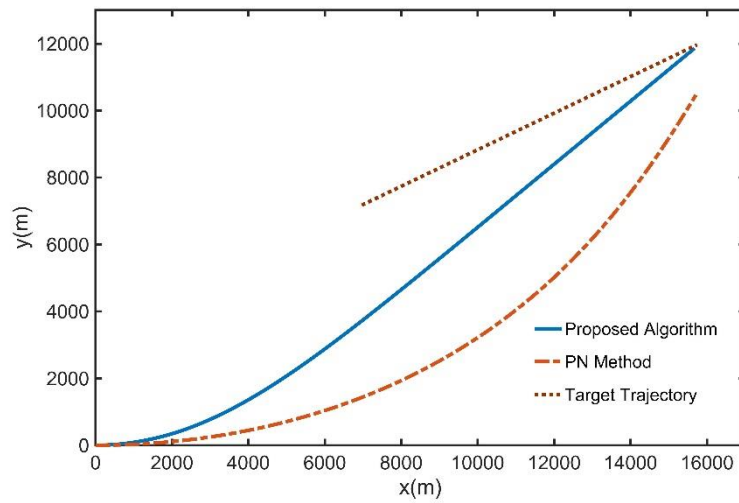
شکل ۲- زاویه جسم  $\phi_M(t)$



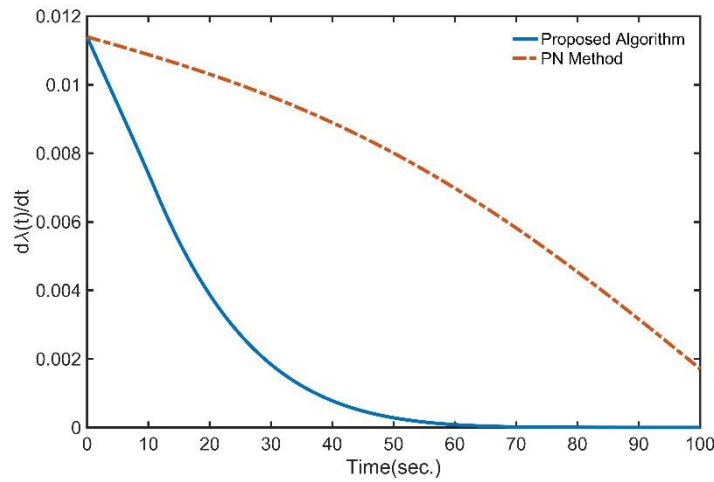
شکل ۳- زاویه خط دید  $\lambda(t)$



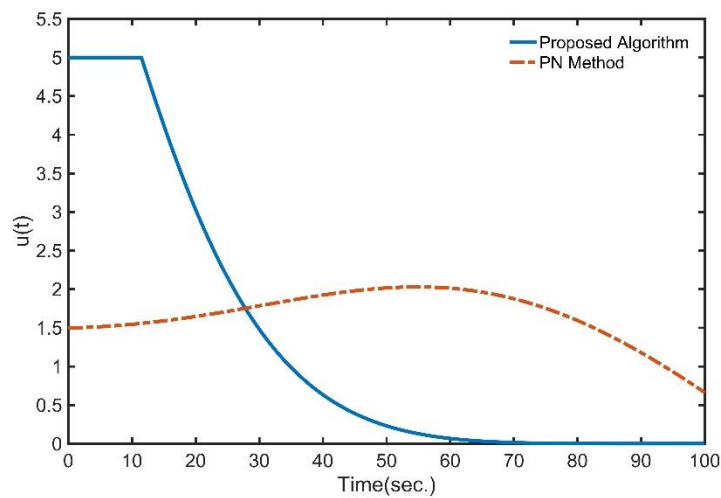
شکل ۴- فاصله نسبی  $r(t)$



شکل ۵- جایه‌جایی جسم و هدف



شکل ۶- تغییرات زاویه خط دید  $\dot{\lambda}(t)$



شکل ۷- شتاب جانبی  $u(t)$

در نتیجه، رویکرد ارائه شده در این مقاله با در نظر گرفتن محدودیت شتاب جانبی، عملکرد و پاسخ گذرای بهتری دارد. این گونه می‌توان متصور شد که تکنیک پیشنهادی در ابتدای مساله ردگیری، بیشینه سیگنال شتاب جانبی مجاز را به جسم اعمال می‌نماید تا زاویه خط دید به مقدار معینی برسد. سپس، فرمان شتاب جانبی به صورت نمایی به صفر میل می‌نماید. بنابراین بخش غیرخطی قانون هدایت، مشارکت موثری در تولید سیگنال شتاب جانبی جسم خواهد داشت.

## ۵- نتیجه گیری

در این مقاله، به منظور بهبود پاسخ گذرای سیستم هدایت با وجود محدودیت در اعمال شتاب جانبی، یک قانون هدایت مبتنی بر فیدبک غیرخطی ترکیبی برای ردگیری اهداف ارائه گردید. در رویکرد پیشنهادی، الگوریتم هدایت علاوه بر عبارت خطی مرسوم، دارای یک تابع غیرخطی اضافی می‌باشد. هر چند پایداری مجانبی حلقه هدایت به تنهایی با هدایت تناسبی محقق می‌گردد، اما برای بهبود پاسخ گذرای حلقه بسته سیستم، آن تابع غیرخطی به کار برده می‌شود. عبارت غیرخطی تابعی از نرخ زاویه خط دید بوده که در مبدا و در بینهایت نزدیک به صفر می‌باشد، اما در ناحیه خاصی بر مشخصات پاسخ سیستم تاثیر می‌گذارد. به زبان ساده، مادامی که زاویه خط دید مقداری ثابت است یا تغییرات آن شدید می‌باشد، آن عبارت غیرخطی بی اثر می‌گردد. در نتیجه، عبارت غیرخطی نقش مکمل داشته و کیفیت پاسخ گذرای سیستم با تنظیم پارامترهای آن تغییر داده می‌شود. علاوه بر اثبات تحلیلی پایداری مجانبی حلقه هدایت، رویکرد مطرح شده در یک سناریوی هدایت شبیه‌سازی و نتایج آن با یک روش موجود مقایسه گردید. از نتایج شبیه‌سازی آشکار شد که روش پیشنهادی، با تضمین پایداری حلقه، عملکرد و پاسخ گذرای سیستم هدایت را در حضور ورودی مقید بهبود می‌دهد.

## مراجع

1. G. M. Siouris, Missile guidance and control systems. Springer Science & Business Media, 2004.
2. Saleem and A. Ratnoo, "Lyapunov-based guidance law for impact time control and simultaneous arrival," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 39, no. 1, pp. 164-173, 2016.
3. M. Guelman and J. Shinar, "Optimal guidance law in the plane," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 7, no. 4, pp. 471-476, 1984.
4. X. Chen and J. Wang, "Optimal control based guidance law to control both impact time and impact angle," *Aerospace Science and Technology*, vol. 84, pp. 454-463, 2019.
5. C. Wang, W. Dong, J. Wang, and J. Shan, "Nonlinear suboptimal guidance law with impact angle constraint: An SDRE-based approach," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 56, no. 6, pp. 4831-4840, 2020.
6. I.-J. Ha and S. Chong, "Design of a CLOS guidance law via feedback linearization," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 28, no. 1, pp. 51-63, 1992.
7. Z. Qian, W. Lyu, Y. Dai, and J. Xu, "A Consensus-Based Model Predictive Control with Optimized Line-of-Sight Guidance for Formation Trajectory Tracking of Autonomous Underwater Vehicles," *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 106, no. 1, pp. 1-13, 2022.
8. V. Ghaffari, "Model predictive guidance law design in a two-dimensional guidance problem in presence of Input constraint," *Aerospace Knowledge and Technology Journal*, vol. 8, no. 2, pp. 169-178, 2020.
9. S. Ebadollahi, M. Madani, and M. Golestani, "Guidance Law based on LMI-based Robust Model Predictive Control to Obtain Optimal LOS for Flying Vehicle," *Tabriz Journal of Electrical Engineering* vol. 48, no. 4, pp. 1645-1652, 2019
10. Y. Sheng, Z. Zhang, and L. Xia, "Fractional-order sliding mode control based guidance law with impact angle constraint," *Nonlinear Dynamics*, vol. 106, no. 1, pp. 425-444, 2021.
11. Q. Wen, M. Wang, X. Li, and Y. Chang, "Learning-based design optimization of second-order tracking differentiator with application to missile guidance law," *Aerospace Science and Technology*, vol. 137, p. 108302, 2023.
12. J. Moon, K. Kim, and Y. Kim, "Design of missile guidance law via variable structure control," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 24, no. 4, pp. 659-664, 2001.
13. S. Khankalantary, M. Hajizadeh, A. Heidari, and H. Mohammadkhani, "Impact Time Guidance Law against Maneuvering Targets Using Sliding Mode Control," *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, vol. 53, no. 2, pp. 913-922, 2021.
14. D. Zhou and B. Xu, "Adaptive dynamic surface guidance law with input saturation constraint and autopilot dynamics," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 39, no. 5, pp. 1155-1162, 2016.
15. D. Zhou, C. Mu, and T. Shen, "Robust guidance law with L2 gain performance," *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, vol. 44, no. 144, pp. 82-88, 2001.
16. H.-G. Kim and H. J. Kim, "Backstepping-based impact time control guidance law for missiles with reduced seeker field-of-view," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 55, no. 1, pp. 82-94, 2018.
17. D. Zhou, S. Sun, and K. L. Teo, "Guidance laws with finite time convergence," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 32, no. 6, pp. 1838-1846, 2009.
18. V. Behnam Gol, I. Mohammad Zaman, A. Vali, and N. A. Ghahramani, "Guidance law design using finite time second order sliding mode control," *Journal of Control*, vol. 5, no. 3, pp. 36-44, 2011.

19. T. Binazadeh, M. H. Shafiei, and E. Bazregarzadeh, "New approach in guidance law design based on finite-time partial stability theorem," *Journal of Space Science and Technology*, vol. 8, no. 1, pp. 1-7, 2015.
20. G. Li, M. Xin, and C. Miao, "Finite-time input-to-state stability guidance law," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 41, no. 10, pp. 2199-2213, 2018.
21. S. Talole, A. Ghosh, and S. Phadke, "Proportional navigation guidance using predictive and time delay control," *Control Engineering Practice*, vol. 14, no. 12, pp. 1445-1453, 2006.
22. S. Xiong, W. Wang, X. Liu, S. Wang, and Z. Chen, "Guidance law against maneuvering targets with intercept angle constraint," *ISA transactions*, vol. 53, no. 4, pp. 1332-1342, 2014.
23. . Guo, Y. Li, and J. Zhou, "A new continuous adaptive finite time guidance law against highly maneuvering targets," *Aerospace Science and Technology*, vol. 85, pp. 40-47, 2019.
24. Z. Chen, X. Liu, and W. Chen, "Three-dimensional event-triggered fixed-time cooperative guidance law against maneuvering target with the constraint of relative impact angles," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 360, no. 6, pp. 3914-3966, 2023.
25. V. Ghaffari and P. Karimaghvae, "Performance and Stability Investigation of a line of sight based Guidance System in the Presence of Measurement Noise," *Journal of Space Science and Technology*, vol. 11, no. 1, pp. 31-40, 2018.
26. Y. Ji, D. Lin, W. Wang, S. Hu, and P. Pei, "Three-dimensional terminal angle constrained robust guidance law with autopilot lag consideration," *Aerospace Science and Technology*, vol. 86, pp. 160-176, 2019.
27. C. Wang, X. Ding, J. Wang, and J. Shan, "A robust three-dimensional cooperative guidance law against maneuvering target," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 357, no. 10, pp. 5735-5752, 2020.
28. R. Su, J. Wang, and S. Zhang, "Design of Three-Dimensional Intelligent Guidance Law for Intercepting Highly Maneuvering Target," *IEEE Access*, vol. 11, pp. 14274-14281, 2023.
29. B. M. Chen, T. H. Lee, K. Peng, and V. Venkataramanan, "Composite nonlinear feedback control for linear systems with input saturation: theory and an application," *IEEE Transactions on automatic control*, vol. 48, no. 3, pp. 427-439, 2003.
30. J. M. Maciejowski, *Predictive control: with constraints*. Pearson education, 2002.
31. S. Galeani, S. Tarbouriech, M. Turner, and L. Zaccarian, "A tutorial on modern anti-windup design," in *European Control Conference (ECC)*, 2009: IEEE, pp. 306-32