



دانشگاه صنعتی سهند

نشریه سامانه های میکروالکترومکانیکی غیرخطی در مهندسی برق

دوره ۵- شماره ۱

بهار و تابستان ۱۳۹۷

صفحه ۱۰۴ الی ۱۱۴

ISSN: 2322-3146

<http://jnsee.sut.ac.ir>

بررسی اثرات غیرخطی تلفات فشردگی لایه نازک در نوسانگرهای حلقوی سامانه های میکروالکترومکانیکی فرکانس رادیویی

مسعود باقلانی

نویسنده مسئول، استادیار، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه ایلام، ایلام، ایران m.baghelani@ilam.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۸/۱۲ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۴/۲۶)

چکیده

در این مقاله مطالعه تحلیلی اثرات غیرخطی تلفات فشردگی لایه نازک در نوسانگرهای میکروالکترومکانیکی حلقوی با تکیه گاه مرکزی در فرکانس های رادیویی ارائه می شود. در این راستا، تغییرات ضریب میرایی و ثابت فتر ناشی از این پدیده مطالعه شده و نحوه اثرگذاری آن بر روی ضریب کیفیت نوسانگر مورد بحث قرار خواهد گرفت. معادلات تحلیلی نشان می دهد که با توجه به سختی بسیار بالای ساختار نوسانگر جابجایی فرکانسی و میرایی ناشی از این اثر، مقدار کوچکی است. بر اساس معادلات استخراج شده در این مقاله، برای نوسانگر طراحی شده نیازی به بسته بندی خلاء گران قیمت به منظور افزایش ضریب کیفیت وجود ندارد. استخراج این معادلات و ارائه روش تحلیل، یک نقطه عطف در بررسی نوسانگرها از نقطه نظر بسته بندی، فرآیند ساخت و هزینه تمام شده می باشد.

واژه های کلیدی

سامانه های میکروالکترومکانیکی
فرکانس رادیویی،
نوسانگرهای دیسک حالت
محیطی با تکیه گاه حلقوی،
نوسانگر،
اثر فشردگی لایه نازک،
بسته بندی،
معادلات غیرخطی ارتعاش.



Sahand University
of Technology

Journal of Nonlinear
Systems in Electrical
Engineering

Vol.5, No.1,

Spring and Winter 1397

ISSN: 2322 – 3146

<http://jnsee.sut.ac.ir>

Study of the Nonlinear Effects of Squeeze Film Damping in RF MEMS Ring Resonators

Masoud Baghelani

Corresponding Author, Assistant Prof., Engineering Faculty, Ilam University, Ilam, Iran,
m.baghelani@ilam.ac.ir

ABSTRACT

Keywords

RF MEMS,
ring shape anchored contour
mode ring resonators,
resonator, squeeze film effect,
packaging,
vibration nonlinear equations.

This paper presents analytical study of the nonlinear effects of squeeze film damping on ring shape anchored RF MEMS contour mode ring resonators. In the current work, changes in damping coefficient and stiffness according to squeeze film phenomenon are studied and their effects on resonator overall quality factor are discussed. Analytical equations present that due to very high stiffness of the structure, the squeeze film damping and its related frequency shift would be negligible. Based on the extracted equations in this paper, there is no need for costly vacuum encapsulation technologies for this kind of resonators for increasing their quality factor.

۱- مقدمه

در سال های اخیر، پیشرفت های خیره کننده تکنولوژی سیستم های میکروالکترومکانیکی (MEMS) سیستم های زیستی تا ساختار فرستنده - گیرنده ها را با تحولات چشمگیری مواجه کرده است [۱-۳]. در میان تمامی ابزارهای RF MEMS، نوسانگرها جایگزین بسیاری از ادوات روی برد گردیده و قادرند اغلب بلوک های پایه ای و مهم فرستنده - گیرنده ها را از قبیل نوسان سازها، فیلترها، میکسرها و غیره را دچار تغییرات قابل توجهی نمایند. این توانایی ها در اثر ویژگی های جالب توجه این ابزارها از قبیل ضریب کیفیت (Q) بسیار بالا، ابعاد بسیار کوچک، تلفات جاناندازی اندک و مصرف توان بسیار کم است [۴]. در این مورد، این ابزارها را حتی می توان به عنوان پردازنده های سیگنال الکترومکانیکی پیشرفته به کار برد [۵].

با این حال، متأسفانه نوسانگرهای RF MEMS دارای برخی مشکلات مانند قابلیت اطمینان کم، نیاز به ولتاژ تحریک نسبتاً بزرگ، مقاومت حرکتی بالا و نیاز به بسته بندی خلأ برای حصول Q بزرگ هستند. نوسانگر RF MEMS دیسک حالت محیطی با تکیه - گاه حلقوی نازک بسیاری از این مشکلات را مرتفع نموده است [۶-۷].

با توجه به اینکه این ساختار، یک دیسک میان تهی بوده که در حدود یک میلیارد بار در ثانیه منبسط و منقبض می شود، هوای پیرامون می تواند تلفات آن را افزایش داده، Q آن را کم کرده و حتی فرکانس طبیعی ارتعاش آن را تغییر دهد. این مشکل را، که تلفات فشردگی لایه نازک نام دارد، می توان با بسته بندی خلأ که متأسفانه یک فرآیند پرهزینه است، حل نمود [۸-۱۰].

در تحقیقات گذشته این موضوع مورد بررسی قرار گرفته است. در [۱۱] مدل تحلیلی برای تلفات فشردگی لایه نازک در نوسانگرهای میله ای ارائه شده و افت ضریب کیفیت شدید توسط این پدیده مشاهده شده است. در مرجع [۱۲] تلفات فشردگی لایه نازک در نوسانگرهای میله ای به کمک روش تحلیل مولکولهای آزاد بررسی شده که این روش تنها برای فشارهای بسیار پایین و نزدیک به خلأ کامل مفید است. در مراجع متعدد دیگری نیز به بررسی تلفات فشردگی لایه نازک در نوسانگرهای میکرو الکترومکانیکی مختلف پرداخته شده است [۱۳-۱۵].

این مقاله به مطالعه و جمع بندی این اثر بر روی نوسانگر دیسک حالت محیطی با تکیه گاه حلقوی می پردازد. مقاله ای حاضر به صورت زیر سازماندهی شده است: پس از ارائه یک مقدمه در بخش اول، مختصری در خصوص ساختار نوسانگر و عملکرد آن در بخش دوم ارائه شده است. حل تحلیلی اثر تلفات فشردگی لایه نازک در بخش سوم آمده است. تلفات ناشی از فشردگی لایه نازک و تغییرات فرکانس ارتعاش طبیعی نوسانگر ناشی از این پدیده در بخش چهارم بررسی شده و پس از آن یک جمع بندی ارائه شده است.

۲- ساختار و عملکرد نوسانگر

همانگونه که در شکل (۱) نشان داده شده است، نوسانگر دیسک حالت محیطی با تکیه گاه حلقوی، یک دیسک میان تهی است که در حالت دوم محیطی ارتعاش نموده و در محل حلقه میانی بدون جابجایی خود، به زیرآیند متصل شده است. با توجه به اینکه جابجایی نوسانگر در محل تکیه گاه بسیار ناچیز و قابل صرف نظر است، مقدار بسیار ناچیزی از انرژی نوسانگر در حین ارتعاش از طریق تکیه گاه تلف شده و بنابراین شرایط تعلیق مجازی فراهم می شود. این نوسانگر از طریق الکترودهای تحریک و به کمک خازن بین این الکترودها و نوسانگر به ارتعاش درآمده و با توجه به وجود منبع بایاس DC یک خازن متغیر با زمان را تشکیل می دهد. مشابه با این خازن، در قسمت خروجی نوسانگر نیز وجود داشته و بنابراین یک جریان خروجی تولید می شود. هر گاه فرکانس سیگنال تحریک برابر با فرکانس طبیعی

نوسانگر باشد، دامنه این ارتعاشات به شدت افزایش یافته و جریان خروجی بزرگی ایجاد می شود. معادله ی غیرخطی ارتعاش نوسانگر در حالت نوسان آزاد به صورت زیر می باشد [۶].

$$m_r \ddot{u} + c_r \dot{u} + k_r u + \varepsilon u^3 = 0 \quad (1)$$

که در آن m_r ، c_r ، k_r و ε به ترتیب جرم موثر، ضریب میرایی، سختی موثر، ضریب سختی غیر خطی و معادله ارتعاش می باشند. در صورتی که دامنه ارتعاش در مقایسه با ابعاد نوسانگر بسیار کوچک باشد، εu^3 مقدار بسیار کوچکی بوده و قابل صرف نظر کردن است. بنابراین معادله را می توان خطی نمود که در نتیجه فرم کلی پاسخ آن به صورت زیر تبدیل می شود:

$$u_r(r, t) = R(r) e^{j\omega_r t} \quad (2)$$

که ω_r و $R(r)$ به ترتیب فرکانس ارتعاش زاویه ای و تابع ارتعاش هستند که از معادله زیر بدست می آیند:

$$r^2 \frac{d^2 R(r)}{dr^2} + r \nu \frac{dR(r)}{dr} + (k_r^2 r^2 - \nu) R(r) = 0 \quad (3)$$

که ν شعاع در دستگاه مختصات استوانه ای و ν نسبت پواسون بوده و k_r از رابطه ی زیر بدست می آید:

$$k_r = 2\pi f_r \sqrt{\frac{\rho_0 (1 - \nu^2)}{E}} \quad (4)$$

که f_r فرکانس ارتعاش ساختار، ρ_0 چگالی و E مدول یانگ ماده سازنده (که در این طراحی پلی سیلیکون است) است. معادله ی دیفرانسیل فوق را می توان با شرایط مرزی زیر حل کرد:

$$R(0) = 0, \left. \frac{dR(r)}{dr} \right|_{r=0} = \left. \frac{R(r)}{r} \right|_{r=0} = k_r \cdot \xi_0 \quad (5)$$

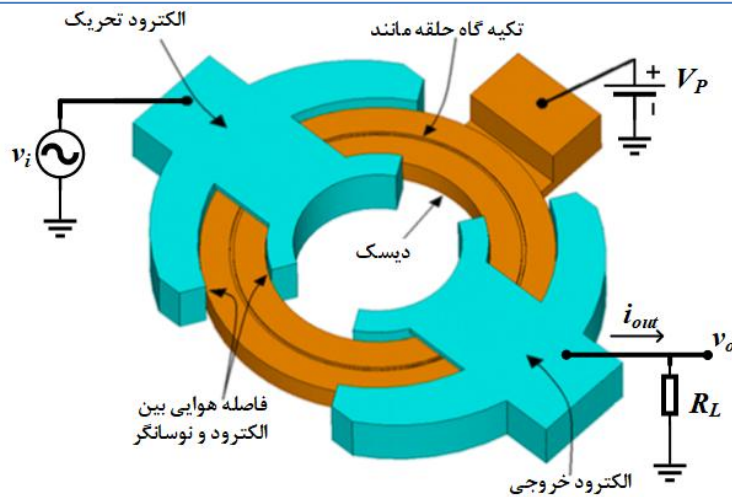
که ξ_0 ضریب نرمال سازی بوده که میزان بیشینه ی $R(r)$ را تنظیم می کند. حل معادله ی (۳) با شرایط مرزی داده شده در معادله ی (۵) به صورت زیر است:

$$R(r) = \frac{-1}{14.4} \left\{ \left[a((k-1)Y_p(q)) + 3k(Y_{p+1}(q)) - 2apY_p(q) \right] J_p(kr) + \dots \right\} C r^b \quad (6)$$

$$\left[a(\nu-1)J_p(q) + 3k(J_{p+1}(q)) - 2ap(J_p(q)) \right] Y_p(kr)$$

که $J_x(\cdot)$ و $Y_x(\cdot)$ به ترتیب توابع بسل از نوع ۱ و ۲ از مرتبه ی x بوده و سایر ثوابت به شرح زیرند:

$$\begin{cases} p = \frac{1}{2} \sqrt{5\nu^2 - 2\nu + 1}, q = \frac{3k}{250000}, a = 125000, m = 0.5(1+\nu), b = 0.5(1-\nu) \\ C = \frac{-1 \left(\frac{1}{k} 3^m 500^{-\nu} \right)}{(J_{p+1}(q))(Y_p(q)) - (Y_{p+1}(q))(J_p(q))} \end{cases} \quad (7)$$



شکل (۱). نمای سه بعدی نوسانگر دیسک حالت محیطی با تکیه گاه حلقوی به همراه الکتروودهای تحریک، خروجی و بایاسج [۶]

برای مدل‌سازی و ارزیابی ساختار نوسانگر، محاسبه ثابت فنر معادل و جرم مؤثر آن در شرایط ارتعاش آزاد ضروری است. این پارامترها به صورت زیر محاسبه می‌شوند [۱۶]:

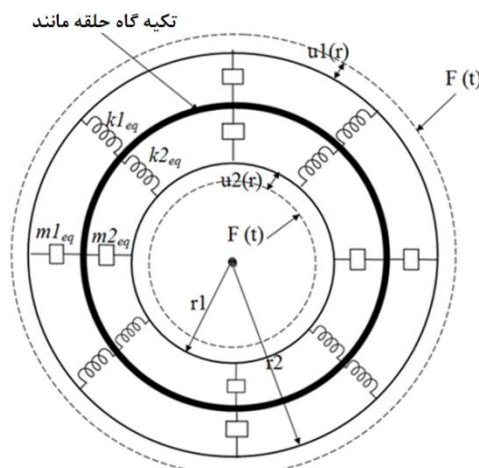
$$m_r = \frac{2\pi\rho_0 h \int_{r_{in}}^r r R^2(r) dr}{R^2(r)} \quad (8)$$

$$k_r = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^h \int_{r_{in}}^{r_{anchor}} \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial R(r)}{\partial r} - \frac{\nu}{r^2} R(r) \right) r dr d\phi dz}{\int_{r_{in}}^{r_{anchor}} \frac{\partial R(r)}{\partial r} dr} \quad (9)$$

فرکانس ارتعاش طبیعی ساختار نیز از رابطه زیر قابل حصول خواهد بود:

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_r}} \quad (10)$$

بنابراین، ارتعاش ایده‌آل ساختار نوسانگر بدون در نظر گرفتن تلفات را توسط المان‌های فشرده می‌توان مانند شکل ۲ مدل‌سازی کرد.



شکل (۲). مدل فشرده خطی سازی شده نوسانگر دیسک حالت محیطی ایده‌آل بدون تلفات [۵]

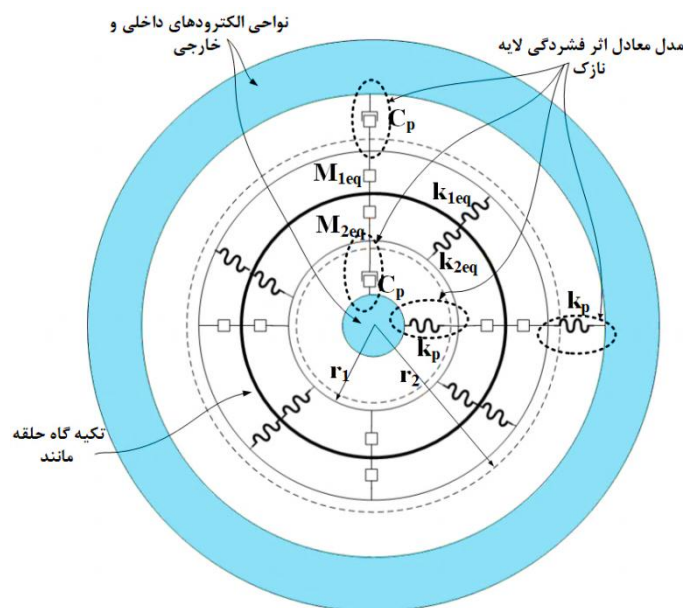
در معادلات و مدل سازی فوق فقط ارتعاشات جانبی و هوای محصور بین الکترودها و نوسانگر لحاظ شده و از ارتعاشات صفحات بالایی و پایینی نوسانگر و هوای موجود در این نواحی صرف نظر شده است. این فرض به دو دلیل زیر قابل قبول است:

(الف) با توجه به ابعاد نوسانگر و بر اساس محاسبات صورت گرفته در مرجع [۶]، دامنه ارتعاش صفحات فوقانی و تحتانی بسیار کمتر از صفحه جانبی بوده و در حدود کمتر از یک دهم آن مقدار می باشد. این امر موجب کاهش اثر فشردگی لایه نازک ناشی از این صفحات می شود.

(ب) یکی از مهمترین پارامترهای تاثیر گذار بر تلفات فشردگی لایه نازک، عکس فاصله هوایی بین دیواره های متحرک و ثابت است. برای نوسانگر ارائه شده، فاصله هوایی بین الکترودها و نوسانگر ۱۰۰ نانومتر است که در مقایسه با فاصله های صفحات بالا و پایین (صفحه پایین ۱ میکرومتر و صفحه بالا بسته به سیستم بسته بندی حداقل ۱ میکرومتر) عدد بسیار کوچکی است. بنابراین صرف نظر کردن از تلفات ناشی از ارتعاش صفحات بالا و پایین نوسانگر فرض قابل قبولی می باشد.

۴- مدل سازی اثرات فشردگی لایه نازک

اثرات فشردگی لایه نازک را می توان به صورت یک فنر موازی با یک المان میرایی مدل کرد. بنابراین، مدل فشرده کلی نوسانگر شامل مدل نوسانگر ایده آل به همراه اثر فشردگی لایه نازک را می توان مانند شکل (۳)، در نظر گرفت. در این شکل، میرایی ناشی از گر انرژی گاز به صورت یک المان تلف کننده انرژی خطی سازی شده، ناشی از حرکت ساختار در درون گاز لحاظ شده است. بنابراین، هر چقدر که گر انرژی گاز بیشتر باشد میرایی نیز افزایش خواهد یافت. علاوه بر این، دستیابی به دامنه ارتعاش کمتر ناشی از طراحی ساختار با سختی بیشتر، منجر به کاهش تلفات و افزایش ضریب کیفیت Q شده اما به قیمت کاهش بهره هدایت انتقالی نوسانگر (i_o/v_i) و افزایش مقاومت حرکتی آن تمام خواهد شد.



شکل (۳). مدل فشرده نوسانگر شامل اثرات فشردگی لایه نازک

المان فنر معادل در شکل (۳)، اثر فشردگی گاز در نتیجه جریان سیال در فاصله هوایی کوچک را مدل می کند. با حرکت سازه، گاز محصور در فاصله هوایی بین الکتروود و نوسانگر فشرده شده و در برابر حرکت نوسانگر مقاومت می کند. این مقاومت، نیاز به نیروی بیشتری جهت دستیابی به دامنه ارتعاش یکسان داشته و بنابراین آن را می توان به صورت یک فنر که در قسمت الکتروود ثابت شده است، مدل نمود. با توجه به دامنه حرکت بسیار اندک نوسانگر، به سهولت می توان از ثابت فنری غیرخطی فشردگی لایه نازک صرف نظر نمود.

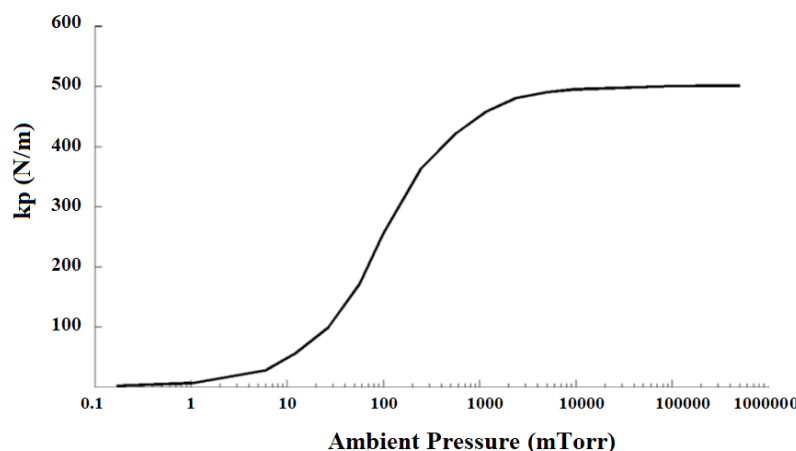
بعلاوه، این فنر را می توان به صورت موازی با فنر اصلی ناشی از سختی ساختار در نظر گرفت. بر اساس معادله (۹) و مدل جدید ارائه شده در شکل (۳)، فرکانس ارتعاش آزاد نوسانگر به همراه این اثر تغییر خواهد کرد. این اثر همچنین می تواند منجر به کاهش Q کلی نوسانگر شود، زیرا یک مؤلفه هوایی با سختی اندک و لختی بالا در تعیین فرکانس نوسان ساختار مؤثر می شود در حالیکه در شرایط نبود این اثر، فرکانس ارتعاش نوسانگر تنها توسط ساختار مکانیکی بسیار محکم و سخت ماده سازنده تعیین می گردد. ثابت فنر معادل اثر فشردگی گاز را از رابطه زیر می توان محاسبه کرد.

$$k_p = \frac{PA}{R_0} \quad (14)$$

همچنین میرایی ناشی از فشردگی لایه نازک را از معادله انرژی می توان به صورت زیر بدست آورد:

$$c_p = k_p \sqrt{\frac{m_r}{k_r}} \quad (15)$$

برای نوسانگرهای با فنرهای با سختی کم، Q و فرکانس ارتعاش را می توان به کمک تنظیم فشار گاز پیرامونی کنترل کرد (شکل (۴)). می توان مشاهده کرد که در نوسانگرهای با سختی و Q بسیار بالا، اثر تغییر فرکانس ناشی از فشردگی لایه نازک بسیار اندک بوده و کمتر 13ppm خواهد بود. شکل (۵)، نتایج شبیه سازی تحلیل مودال با پیش تنش را برای محاسبه تغییرات فرکانس ارتعاش بر حسب فشار هوای محیط نشان می دهد. لازم به ذکر است که مقادیر ارائه شده در این شکل مربوط به نوسانگر RF MEMS با فرکانس 940MHz می باشد. همچنین میرایی ناشی از اثر فشردگی لایه نازک تنها 84/61nNs/m است که در صورت در نظر نگرفتن سایر منابع تلفات انرژی برای نوسانگر مذکور، ضریب کیفیتی به بزرگی ۳۷۰۰۰ را در فشار محیط نتیجه می دهد (شکل (۶)).



شکل (۴). ثابت فنر معادل اثر فشردگی لایه نازک بر حسب فشار هوای محیط نوسانگر

یک روش دیگر برای محاسبه ضریب کیفیت ناشی از اثر فشردگی لایه نازک، محاسبه انرژی کسب شده توسط مولکولهای گاز پیرامون نوسانگر است. دیسک با نوسانات خود به مولکولهای هوا در اطراف خود ضربه زده و بسته به لحظه برخورد، سرعت خود را به آنها انتقال می دهد. می توان فرض کرد که سرعت متوسط گاز هوای اطراف دیسک به همان سرعت دیسک بالغ می گردد. در فشارهای پایین، انرژی جنبشی مولکولهای گاز به صورت زیر بدست می آید:

$$E_c = \frac{1}{4} m R_0^2 \omega_r^2 \quad (16)$$

انرژی ارتعاش نوسانگر نیز برابر است با:

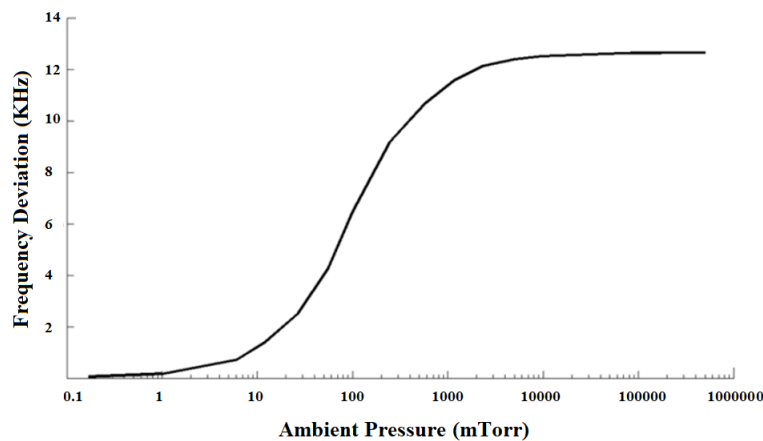
$$E_r = \frac{1}{4} m_r R_0^2 \omega_r^2 \quad (17)$$

ضریب کیفیت را نیز می توان از رابطه زیر حساب کرد:

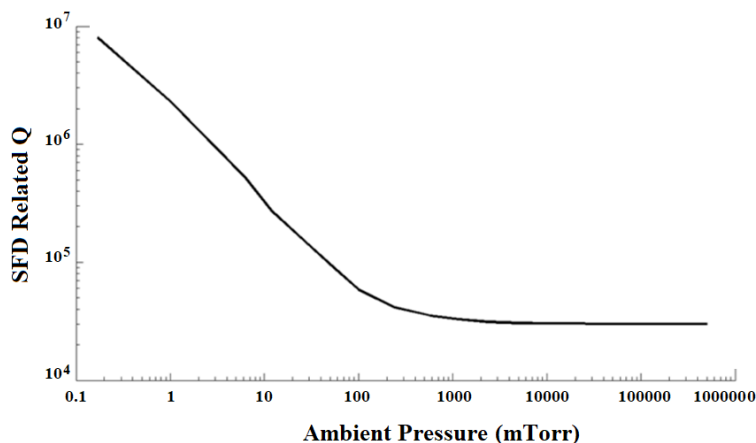
$$Q = 2\pi \frac{E_r}{E_c} \quad (18)$$

با توجه به محاسبات صورت گرفته، ضریب کیفیت در فشار محیط برابر با ۴۱۱۰۰ خواهد شد که همخوانی مناسبی با محاسبات انجام شده غیرخطی دارد.

نتایج حاصل از شبیه سازیهای صورت گرفته توسط نرم افزار المان محدود ANSYS و محاسبات صورت گرفته در MATLAB نشان می دهند که میرایی ناشی از فشردگی لایه نازک، محدودکننده اصلی ضریب کیفیت این نوسانگرها نیست. بنابراین برای این ساختار جهت حفظ Q بالا، بسته بندی خلأ ضرورت ندارد.



شکل (۵). انحراف فرکانس ارتعاش طبیعی نوسانگر بر حسب فشار هوایی محیط. همانگونه که مشخص شده است، تا زمانی که شرایط فشردگی معتبر باشد، انحراف فرکانس کوچک خواهد ماند.



شکل (۶). Q ناشی از اثر فشردگی لایه نازک بر حسب فشار پیرامون

۵- نتیجه گیری

در این مقاله یک مدل تحلیلی برای بررسی اثر فشردگی لایه نازک در نوسانگرهای دیسک حالت محیطی با تکیه گاه حلقوی ارائه شده است. مدل ارائه شده، شامل یک فنر، ناشی از فشردگی گاز محصور بین الکترودها و نوسانگر، موازی با یک المان میرایی ناشی از گرانیوی گاز است. همچنین این مطالعه تحلیلی نشان داد که تنظیم فشار پیرامونی نوسانگر می تواند Q و فرکانس ارتعاش را تغییر دهد. علاوه بر این، نتایج تحلیل های نشان داده شده در مقاله به این نتیجه منجر شد که این اثرات برای نوسانگرهای بسیار سخت با ثابت فنر و فرکانس های ارتعاش بسیار بالا، کوچک و قابل صرف نظر است. بنابراین برای این نوسانگرها فرآیند پر هزینه بسته بندی خلأ ضروری نیست.

۶- مراجع

- [1] Tripathy H. P., Pattanaik P., Kamilla S. K., and Tripathy R. K., " A simulation approach to study the effects of ultrasonic MEMS based receiver for blood glucose sensing applications," IEEE Sens. Lett., vol. 1, no. 5, pp. 1-4, 2017.
- [2] C.T.-C. Nguyen, " MEMS technology for timing and frequency control," IEEE T Ultrason Ferr., vol. 54, no. 2, pp. 251 – 270 , 2007.
- [3] Wei, Mian, Adrian Avila, Ivan Rivera, Masoud Baghelani, and Jing Wang. "ZnO on nickel RF micromechanical resonators for monolithic wireless communication applications." Journal of Micromechanics and Microengineering 27, no. 5 (2017): 055006.
- [4] Y.-W. Lin, S. Lee, S.-S. Li, Y. Xie, Z. Ren, C.T.-C. Nguyen, " Series-Resonant VHF Micromechanical Resonator Reference Oscillators," IEEE J Solid-ST Circ., vol. 39, no. 12, pp. 2477-2491, 2004.
- [5] M. Baghelani, A. Ebrahimi, H. Badri Ghavifekr, " Design of RF MEMS Based Oscillatory Neural Network for Ultra High Speed Associative Memories," Neural Process Lett., vol. 40, no. 1, pp. 93-102, 2014.
- [6] M. Baghelani, H. Badri Ghavifekr, A. Ebrahimi, " Ring shape anchored RF MEMS contour mode disk resonator for UHF communication applications," Microsyst. Technol., vol. 16, no. 12, pp. 2123-2130, 2010.

- [7]M. Baghelani, H. Badri Ghavifekr, A. Ebrahimi, " Analysis and suppression of spurious modes of the ring shape anchored RF MEMS contour mode disk resonator," *Microsyst. Technol.*, vol. 17, no. 11, pp. 1599-1609, 2011.
- [8]A. Somà, G. De Pasquale, " Numerical and experimental comparison of MEMS suspended plates dynamic behaviour under squeeze film damping effect," *Analog Integr Circ Sig Process.*, vol. 57, no. 3, pp. 213-224, 2008.
- [9]W.-M. Zhang, G. Meng, " Nonlinear Dynamic Analysis of Electrostatically Actuated Resonant MEMS Sensors Under Parametric Excitation," *IEEE Sens J.*, vol. 7, no. 3, pp. 370-380, 2007.
- [10]J. W. Lee, R. Tung, A. Raman, H. Sumali, J. P. Sullivan, " Squeeze-film damping of flexible microcantilevers at low ambient pressures: theory and experiment," *J. Micromech. Microeng.*, vol. 19, pp. 1-14, 2009.
- [11]A. Kumar Pandey, R. Pratap, " Effect of flexural modes on squeeze film damping in MEMS cantilever resonators," *J. Micromech Microeng.* vol. 17, no. 12, pp. 2475, 2007.
- [12]S. Hutcherson, W. Ye, " On the squeeze-film damping of micro-resonators in the free-molecule regime," *J. Micromech Microeng.*, vol. 14, no. 12, pp. 1726, 2004.
- [13]Y. Mo, L. Du, B. Qu, B. Peng, J. Yang, " Squeeze film air damping ratio analysis of a silicon capacitive micromechanical accelerometer," *Microsyst. Technol.*, 2017, DOI: 10.1007/s00542-017-3464-z
- [14]Y. Fang, P. Li, F. Yang, W. Zuo, " Squeeze-film damping of circular microplates vibrating in a tilting motion," *Microfluid. Nanofluid.* 2016, DOI: 10.1007/s10404-016-1816-0
- [15]C. H. Chiang, M. C. Chou, L. Hsieh, " Design and Characterization of a CMOS MEMS Capacitive Oscillator for Resonant Sensing in Liquids," *IEEE Sens. J.*, vol. 16, no. 5, pp. 1136-1142, 2016.
- [16]M. Baghelani, H. Badri Ghavifekr, A. Ebrahimi, " Precise analytical evaluation of the ring shape anchored contour mode disk resonator for constructing a low noise UHF Pierce oscillator," *Microsyst Technol.*, vol. 19, no. 7, pp. 1087-1095, 2013.
- [17]C. Bourgeois, F. Porret, A. Hoogerwerf, "Analytical Modleling of Squeeze-Film Damping in Accelerometers," *international Conference on Solid-state Sensors and Actuators*, pp. 1117-1120 1997.