



دانشگاه صنعتی سهند

DOR:

20.1001.1.23223146.1401.9.1.1.7

نشریه علمی پژوهشی در مهندسی برق

دوره ۹ - شماره ۱

بهار و تابستان ۱۴۰۱

صفحات ۴ الی ۲۱

ISSN: 2322-3146

<http://journals.sut.ac.ir/jnsee>

کنترل مد لغزشی ترمینال مقاوم-تطبیقی زمان محدود برای موتورهای جریان مستقیم بدون جاروبک در حضور اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت های مدل سازی با کران بالای نامعلوم

علی داغستانی^۱ و مجتبی حکیمی مقدم^۲

^۱ فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، گروه مهندسی برق، دانشگاه صنعتی قوچان،

a.daghestani@stumail.qiet.ac.ir

^۲ نویسنده مسئول، استادیار، گروه مهندسی برق، دانشگاه صنعتی قوچان mojtaba_hakimi@qiet.ac.ir

چکیده

امروزه موتورهای جریان مستقیم بدون جاروبک، با توجه به مزایای فراوان آنها نسبت به سایر موتورها، مورد توجه محققین بسیاری قرار گرفته اند. در این مقاله به حل مساله کنترل مد لغزشی مقاوم-تطبیقی این نوع موتورها در حضور اغتشاش های خارجی و عدم قطعیت های مدل سازی خواهیم پرداخت. ویژگی بارز این مقاله این است که برخلاف کارهای دیگر کران بالای اغتشاش ها و عدم قطعیت ها را نامعلوم در نظر می گیرد. علاوه بر این ساختار حلقه کنترلی به گونه ای است که همگرایی پاسخ به نتیجه مطلوب در زمان محدود محقق شود. برای این منظور قانون کنترل مد لغزشی ترمینال برای پایدار سازی سیستم و همگرایی سرعت خروجی و جریان موتور به مقادیر مطلوب در زمان محدود، طراحی و با استفاده از قضیه توسعه یافته لیاپانف اثبات پایداری می شود. کران بالای عدم قطعیت ها و اغتشاش های خارجی با استفاده از یک قانون تطبیقی به صورت برخط تخمین زده می شود. همچنین ایده ای برای کاهش پدیده وز وز کردن در استفاده از کنترل مد لغزشی ترمینال ارائه شده است. شبیه سازی ها مطلوب بودن عملکرد کنترل کننده ی طراحی شده را تایید می کنند.

واژه های کلیدی

موتورهای جریان مستقیم بدون جاروبک، اغتشاش های خارجی با کران بالای نامعلوم، عدم قطعیت های مدل سازی با کران بالای نامعلوم، کنترل مد لغزشی مقاوم-تطبیقی، کنترل زمان محدود.



Sahand University
of Technology

DOR:

[20.1001.1.23223146.1401.9.1.1.7](https://doi.org/10.1001.1.23223146.1401.9.1.1.7)

Journal of Nonlinear
Systems in Electrical
Engineering

Vol.9, No.1

Spring and Summer 2022

ISSN: 2322 – 3146

<http://journals.sut.ac.ir/jnsee>

Robust Adaptive Finite-Time Terminal Sliding Mode Control for Brushless DC Motors in the Presence of External Disturbances and Modeling Uncertainties with Unknown Upper Bounds

Ali Daghestani¹ and Mojtaba Hakimi-Moghaddam²

¹Master Graduate, Department of Electrical Engineering, Quchan University of Technology, a.daghestani@stumail.qiet.ac.ir

²**Corresponding Author**, Assistant Professor, Department of Electrical Engineering, Quchan University of Technology, Quchan, Iran, mojtaba_hakimi@qiet.ac.ir

ABSTRACT

Keywords

Brushless direct current
motors,
external disturbances with
unknown upper bound,
modeling uncertainties with
unknown upper bound,
robust-adaptive sliding mode
control,
finite time control.

Today, brushless direct current motors have attracted the attention of many researchers due to their many advantages over other motors. In this article, we will solve the problem of robust-adaptive sliding mode control of these types of motors at the presence of external disturbances and modeling uncertainties. The distinctive feature of this article is that, unlike other works, it considers the upper limit of disturbances and uncertainties as unknown. In addition, the structure of the control loop is such that the convergence of the response to the desired result is realized in a finite time. For this purpose, the terminal sliding mode control law is designed to stabilize the system and converge the output speed and current motor to the desired values in a finite time, and the stability is proved by using the developed Lyapunov theorem. The upper limit of uncertainties and external disturbances is estimated online using an adaptive rule. In addition, an idea has been presented to reduce the chattering phenomenon in the use of terminal sliding mode control. The simulations confirm the desired performance of the designed controller.

۱- مقدمه

موتورهای جریان مستقیم بدون جاروبک^۱ (*BLDC*) به طور گسترده‌ای در لوازم خانگی، تجهیزات پزشکی، حمل و نقل ریلی، صنایع نظامی، کامپیوتر، رباتیک و ... استفاده می‌شوند. از جمله دلایل این استقبال گسترده می‌توان به قابلیت اطمینان بالا، بازدهی خوب، چگالی توان بالا، وزن کم، نویز پذیری کم، محدوده سرعت گسترده و هزینه نگهداری پایین این گونه موتورها اشاره کرد. در واقع این موتورها با حفظ ویژگی‌های خوب موتورهای *DC*، از مزایای موتورهای *AC* نیز بهره می‌برند. همچنین از نظر چگالی گشتاور و نسبت توان به وزن، برتری قابل توجهی نسبت به موتورهای القایی دارند. کنترل سرعت و دور در این موتورها از موضوعات روز در کنترل ادوات الکترونیک است.

بسیاری از روش‌های مرسوم کنترل در عمل قابل پیاده سازی نیستند و یا پاسخ مطلوب را نتیجه نمی‌هند. وجود عدم قطعیت در المان‌های موتور و نیز وجود اغتشاش‌های خارجی باعث پیچیدگی کنترل موتورهای *BLDC* شده است. استفاده از مد لغزشی یک روش موثر در کنترل سیستم‌های غیر خطی پیچیده است که ضمن پایدار سازی سیستم توانایی حذف اغتشاش‌های خارجی و مقابله با عدم قطعیت‌های پارامتری را نیز دارد و کاربردهای آن در دهه‌های اخیر بسیار افزایش پیدا کرده است. کنترل مد لغزشی یکی از روش‌های مرسوم کنترل مقاوم است که برای مقابله با عدم قطعیت و اغتشاشات خارجی بسیار پرکاربرد است [۱].

در سال‌های اخیر مطالعات گسترده‌ای در زمینه طراحی و کنترل این موتورها صورت گرفته است [۲۱-۲]. کنترل مد لغزشی بدلیل سادگی در طراحی و مقاوم بودن نسبت به اغتشاشات و عدم قطعیت‌ها، انتخاب بسیاری از محققین برای کنترل سرعت موتورهای *BLDC* بوده است [۲۱-۸]. از جمله در مراجع [۵-۲] از کنترل کننده *PID* جهت کنترل موتورهای *BLDC* استفاده شده است. در [۶] از کنترل مستقیم گشتاور برای درایو موتور *BLDC* استفاده شده است. در [۷] از کنترل کننده مقاوم H_{∞} برای کنترل سرعت موتور *BLDC* استفاده شده است. در [۸] نیز یک قانون کنترل مد لغزشی جدید بر پایه منطق فازی ارائه کرده است. در [۹] از یک کنترل کننده مد لغزشی مرتبه کسری برای کنترل موتور *BLDC* استفاده شده است. در [۱۰] از یک کنترل کننده مد لغزشی تو در تو با مرتبه بالا برای کنترل موتور *BLDC* استفاده شده است. در [۱۱] از دو کنترل کننده مد لغزشی به فرم آبخاری به همراه قانون دسترسی نمایی برای کنترل موتور *BLDC* استفاده شده است. کنترل مد لغزشی فرا پیچشی^۲ مرتبه کسری، به عنوان یک راه حل برای کاهش وز وز در کنترل سرعت این موتورها پیشنهاد شده است. همچنین تحلیل الگوریتم‌های مد لغزشی مرتبه دو در کنار فراپیچشی نیز ارائه شده است [۱۲]. در [۱۳] کنترل مد لغزشی برای کنترل یک موتور *BLDC* با شبکه عصبی ترکیب شده است تا پارامترهای نامعین در سیستم را تخمین بزند. در [۱۴] از یک رویکرد مد لغزشی برای کنترل محور بدون حسگر یک موتور *BLDC* و تخمین جریان‌های فاز استفاده شده است. در [۱۵] از یک رویکرد مد لغزشی به همراه یک روش پیاده سازی در محیط نرم افزار متلب برای شبیه سازی استفاده شده است. در [۱۶] از روش کنترل مد لغزشی برای کنترل سرعت موتورهای *BLDC* با استفاده از تبدیلی که در هر دو حالت کاهنده و افزایشنده عمل می‌کند، بهره گرفته شده است. کنترل مد لغزشی مکان در موتور *BLDC* با در نظر گرفتن گشتاور بار غیر خطی و در قالب یک شبیه ساز مشابه لوکوموتیو نیز اخیراً در [۱۷] ارائه شده است. در نهایت از یک روش کنترل مد لغزشی به صورت گام به عقب تطبیقی برای تنظیم ولتاژ و سرعت زاویه‌ای در موتورهای جریان مستقیم در [۱۸] استفاده شده است. در [۱۹] یک کنترل کننده مد لغزشی انتگرالی-تطبیقی جدید بر روی یک موتور *BLDC* کوچک پیاده سازی شده است. در [۲۰] کنترل کننده مد لغزشی مبتنی بر یک رویکرد اغتشاش فرا پیچشی جدید طراحی شده است. در [۲۱] از کنترل کننده مد لغزشی برای کنترل یک موتور *BLDC* در یک سیستم پمپاژ آب بهره گیری شده است. در تمامی این مقالات کران بالای اغتشاشات و عدم قطعیت‌ها معلوم فرض و همگرایی پاسخ‌ها به مقادیر مطلوب در یک زمان محدود تضمین نشده است. در حقیقت

^۱ Brushless Direct Current Motor

^۲ Super Twisting

کنترل موتور *BLDC* با فرض نامعلوم بودن کران بالای اغتشاشات و عدم قطعیت ها یک مساله باز است. همچنین همگرایی پاسخ ها در یک زمان محدود از پیش تعیین شده نیز یکی از مسایل باز در این زمینه است. بدیهی است فرض عدم اطلاع از کران بالای اغتشاشات در کنار دست یابی به همگرایی زمان محدود، حل مساله را با چالش بزرگ تری مواجه می سازد. در این مقاله، هدف طراحی یک قانون کنترل مد لغزشی مقاوم-تطبیقی جدید است که در آن در کنار کنترل سرعت موتور برای همگرایی به مقدار دلخواه در یک زمان محدود، با عدم قطعیت ها و اغتشاشات با کران بالای نامعلوم نیز مقابله می شود. در حقیقت کران بالای نامعلوم ابتدا از طریق قوانین تطبیقی تعبیه شده در قانون کنترل تخمین زده می شوند و سپس در کنترل کننده مد لغزشی مورد استفاده قرار می گیرند.

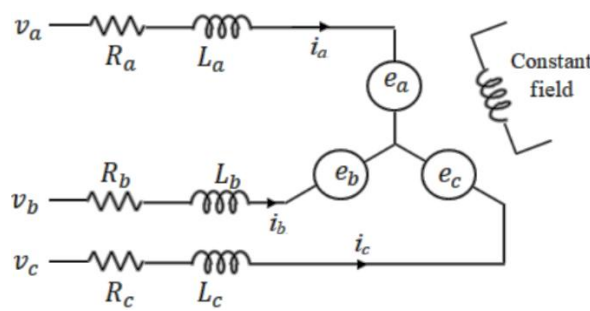
ساختار مقاله در ادامه به صورت زیر است: در بخش ۲ فرمول بندی مساله با مدل سازی سیستم موتور *BLDC* در حضور عدم قطعیت و اغتشاش ارائه شده است. در بخش ۳ طراحی کنترل مد لغزشی مقاوم-تطبیقی ترمینال زمان محدود انجام گرفته است. نتایج شبیه سازی در بخش ۴ و جمع بندی در بخش ۵ ارایه شده است.

۲- فرمول بندی مساله

۱-۲- مدل ریاضی موتور *BLDC*

یک موتور *BLDC* ماشین دوار خودسنکرونی است که دارای روتور مغناطیسی دائم بوده و از موقعیت های مشخصی از محور دوار روتور، جهت کموتاسیون الکترونیکی استفاده می کند. این موتور می تواند به همراه راه اندازهای الکترونیکی به صورت مجتمع باشد یا اینکه موتور از راه انداز جدا باشد. در موتورهای جریان مستقیم تامین جریان آرمیچر توسط جاروبک ها انجام می شود اما در موتورهای جریان مستقیم بدون جاروبک از سنسورهای اثر هال استفاده می شود. وجود این سنسورها باعث افزایش هزینه، افزایش حجم موتور و همچنین افزایش خطا در دما و رطوبت بالا می شود [۲۲].

شکل (۱) مدل مداری موتور *BLDC* سه فاز را نشان می دهد. در این شکل V مین ولتاژ، I مین جریان و e مین ولتاژ ضد محرکه در هر فاز است [۲۳].



شکل ۱. مدار معادل موتور *BLDC* سه فاز [۲۳]

در موتور *BLDC* شکل ولتاژهای ضد محرکه فازها به صورت دوزنقه ای هستند و کلیدزنی سوئیچ های اینورتر به نحوی انجام می شود تا جریان فازها شبه مربعی شوند. در نتیجه گشتاور موتور همیشه ثابت می ماند. با فرض این که هر سه فاز کاملاً متعادل بوده و اشباع نیز وجود ندارد، معادلات ولتاژ موتور *BLDC* به صورت زیر خواهد بود [۱۰]:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 \\ 0 & 0 & L_s \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} \quad (1)$$

گشتاور الکترومغناطیسی روی محور روتور نیز از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$T_e = \frac{1}{\omega_r} (e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c) \quad (2)$$

بعلاوه، سرعت الکتریکی موتور (ω_r) از معادله حرکت دورانی نیوتون به دست می آید:

$$T_e = T_L + J \frac{d\omega_r}{dt} + B\omega_r \quad (3)$$

در این رابطه T_L گشتاور بار، B ضریب اصطکاک و J ممان اینرسی می باشد.

معادلات موتور $BLDC$ را با اعمال مقادیر عددی پارامترها، می توان به صورت متعارف زیر در نظر گرفت:

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t), \quad y = Cx(t) \quad (4)$$

که در آن داریم [۹]:

$$u(t) = [v_a \ v_b \ v_c \ T_{Load}]^T x(t) = [i_a \ i_b \ i_c \ \omega \ \varphi]^T$$

$$B = \begin{bmatrix} 1/L_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/L_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/L_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/J_m \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} -R/L_1 & 0 & 0 & \frac{f_a(\varphi)\lambda}{J_m} & 0 \\ 0 & -R/L_1 & 0 & \frac{f_b(\varphi)\lambda}{J_m} & 0 \\ 0 & 0 & -R/L_1 & \frac{f_c(\varphi)\lambda}{J_m} & 0 \\ \frac{f_a(\varphi)\lambda}{J_m} & \frac{f_b(\varphi)\lambda}{J_m} & \frac{f_c(\varphi)\lambda}{J_m} & -\frac{B_m}{J_m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{p}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]$$

بنابراین با یک سیستم غیرخطی نا متغیر با زمان مواجه هستیم زیرا تعدادی از درایه های ماتریس A به متغیر حالت φ وابسته هستند [۲۴].

۲-۲- مدل سیستم در معرض عدم قطعیت و اغتشاش

بدلیل عدم قطعیت در ولتاژهای ضد محرکه فازها، مقاومت اهمی فازها، اندوکتانس های خودی و متقابل و نیز اغتشاش های خارجی مدل واقعی موتور یک مدل غیر خطی و همراه با عدم قطعیت است. بنابراین مدل سیستم بصورت (۵) تکمیل می گردد که در آن $d(t)$ مبین اغتشاش خارجی است [۲۵-۲۶].

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + (B + \Delta B)u(t) + d(t) \quad (5)$$

با جداسازی بخش شامل عدم قطعیت ها و اغتشاشات می توان رابطه (۵) را به صورت زیر نوشت [۲۶-۲۷]:

$$\dot{\hat{x}}(t) = Ax(t) + Bu(t) + E(t) \quad (6)$$

که در آن داریم

$$E(t) = \Delta Ax(t) + \Delta Bu(t) + d(t) \quad (7)$$

و بردار $E(t)$ بخش شامل عدم قطعیت های مدل سازی و اغتشاشات خارجی است که در سیستم نامعلوم بوده و هیچ اطلاعی از آن

نداریم. در ادامه فرض زیر را در نظر میگیریم:

فرض ۱: فرض می کنیم اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت ها به صورت زیر محدود باشد [۲۸-۳۰]:

$$\|\Delta Ax(t) + \Delta Bu(t) + d(t)\| = \|E\| \leq \gamma \quad (8)$$

که در آن مقدار $\gamma \in R^+$ نامعلوم است.

فرض ۲: ماتریس CB ناویژه است.

هدف این است که قانون کنترل مد لغزشی در مدل موتور $BLDC$ تحت عدم قطعیت و اغتشاش در (۶) به گونه ای طراحی شود که متغیرهای حالت $x(t)$ شامل جریان ها و سرعت خروجی بصورت مجانبی و در یک زمان محدود به مقادیر مطلوب همگرا شوند [۳۰].

توجه ۱: دو ویژگی مهم کار حاضر که آن را از کارهای مشابه گذشته متمایز می کند به شرح زیر است:

الف) طراحی کنترل کننده با فرض عدم اطلاع از کران بالای عدم قطعیت و اغتشاش

ب) اثبات و تضمین همگرایی پاسخ سیستم حلقه بسته در یک زمان محدود

قبل از طراحی قانون کنترل مد لغزشی مقاوم-تطبیقی زمان محدود در بخش بعد، دو لم زیر را در نظر می گیریم:

لم ۱ [۱۲]: فرض کنید $V(x)$ یک تابع لیاپانف و V_0 شرایط اولیه آن است به طوری که:

$$\dot{V}(x) + \alpha V(x) + \beta V^\gamma(x) \leq 0 \quad (9)$$

که در آن $\alpha, \beta > 0$ و $0 < \gamma < 1$. آنگاه این تابع لیاپانف در زمانی محدود با زمان استقرار زیر به صفر میل می کند:

$$T \leq \alpha^{-1}(1 - \gamma)^{-1} \ln(1 + \alpha\beta^{-1}V_0^{1-\gamma}) \quad (10)$$

لم ۲ [۱۷]: در معادله دیفرانسل غیر خطی

$$\dot{x} + \lambda \text{sig}(x)^\beta = 0 \quad (11)$$

بردار حالت سیستم یعنی $x \in R^n$ در زمان های محدود $T = \max(T_i), i = 1, \dots, n$ به صفر همگرا می شود که در آن داریم:

$$T_i = \frac{1}{\lambda(1 - \beta)} |x_{0i}|^{1-\beta} \quad (12)$$

ضمناً در این روابط $\lambda = \text{diag}(\lambda_i), x \in R^n$ یک ماتریس معین مثبت با عناصر $\lambda_i \in R^+$ برای $i = 1, 2, \dots, n$ و $0 < \beta < 1$

و بالاخره $\text{sign}(x)^\beta = [|x_1|^\beta \text{sign}(x_1), \dots, |x_n|^\beta \text{sign}(x_n)]^T$ است.

۳- طراحی کنترل کننده مد لغزشی مقاوم-تطبیقی زمان محدود

روش طراحی کنترل کننده برای دستیابی به پایدار سازی، استفاده از قانون کنترل مد لغزشی ترمینال زمان محدود است. در این روش ابتدا یک صفحه لغزشی زمان محدود پایدار طراحی شده و در ادامه از قانون کنترل برای رسیدن به صفحه لغزشی و در نتیجه پایدار سازی زمان محدود سیستم استفاده خواهیم کرد.

۳-۱- تعریف صفحه لغزشی زمان محدود

در این بخش با در نظر گرفتن فرض ۱، به طراحی قانون کنترل مد لغزشی مقاوم-تطبیقی زمان محدود پرداخته خواهد شد که در آن کران بالای عدم قطعیت ها و اغتشاش ها در (۷) با یک قانون تطبیقی تخمین زده می شود. صفحه لغزشی (یا سویچینگ) $s(t)$ را به صورت زیر انتخاب می کنیم:

$$s(t) = Ce(t) + \lambda C \int |e(t)|^\beta \cdot \text{sign}(e(t)) dt \quad (13)$$

که در آن خطا $e(t) = x(t) - x_{des}(t)$ و $C \in R^{4 \times 5}$ ماتریس طراحی است. در کنترل مد لغزشی، صفحه سویچینگ و مشتق آن می بایست شروط زیر را برآورده سازند:

$$s(t) = 0, \quad \dot{s}(t) = 0. \quad (14)$$

به این منظور قانون دسترسی را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$\dot{s}(t) = -\mu s - \eta \text{sign}(s) \quad (15)$$

که در این رابطه ضرایب μ, η ثابت های نامنفی بوده و $\text{sign}(s) = [\text{sign}(s_1), \dots, \text{sign}(s_4)]^T$ تابع علامت است. از این قانون در طراحی کنترل کننده در بخش بعد استفاده خواهد شد.

۳-۲- طراحی کنترل کننده مد لغزشی مقاوم-تطبیقی زمان محدود ترمینال

به منظور طراحی کنترل کننده، ابتدا از صفحه لغزشی در (۱۳) مشتق گرفته می شود

$$\dot{s}(t) = C\dot{e}(t) + \lambda C|e(t)|^\beta \cdot \text{sign}(e(t)) = C(\dot{x}(t) - \dot{x}_{des} + \lambda C|e(t)|^\beta \cdot \text{sign}(e(t))) \quad (16)$$

با جایگذاری سیستم از رابطه (۶) داریم:

$$\dot{s}(t) = C\{Ax(t) + Bu(t) + E(t)\} - C\dot{x}_{des} + \lambda C|e(t)|^\beta \cdot \text{sign}(e(t)) \quad (17)$$

در ادامه قانون کنترل مد لغزشی مقاوم-تطبیقی زمان محدود را به صورت زیر پیشنهاد می دهیم:

$$u(t) = (CB)^{-1} \left(-\mu s - \rho \hat{\gamma} \text{sign}(s) - CAx(t) + C\dot{x}_{des} - \lambda C|e(t)|^\beta \cdot \text{sign}(e(t)) - \eta \text{sign}(s) \right) \quad (18)$$

که در آن مقدار $\hat{\gamma}$ از قانون تطبیقی زیر تخمین زده شده و بدست می آید:

$$\hat{\gamma}(t) = kps^T \text{sign}(s) \quad (19)$$

که در این رابطه $k > 0$ بهره بخش تطبیقی است.

نتیجه بدست آمده در این بخش را در قالب یک قضیه و به صورت زیر ارائه می دهیم.

قضیه ۱. مدل موتور $BLDC$ بیان شده در (۵) که در معرض هر دوی عدم قطعیت های مدل سازی و اغتشاشات خارجی است را در کنار فرض های ۱ و ۲ در نظر بگیرید. آنگاه با اعمال قانون کنترل (۱۸) در کنار قانون تطبیق (۱۹) اگر ثابت های k, ρ, η و β و μ بگونه ای انتخاب شوند که $\|C\| > \rho > 0$ و $k > 0$ و $\mu, \eta, \lambda > 0$ و $0 < \beta < 1$ ، سیستم موتور پایدار شده و حالت های سیستم شامل جریان ها و سرعت خروجی در زمان محدود به مقادیر مطلوب میل خواهد کرد.
 اثبات: به منظور اثبات پایداری، ابتدا تابع لیاپانف را به صورت زیر انتخاب می کنیم

$$V = \frac{1}{2} s(t)^T s(t) + \frac{1}{2k} \tilde{\gamma}(t)^2 \quad (20)$$

که در آن $k > 0$ و $\tilde{\gamma}(t) = \hat{\gamma}(t) - \gamma$ است. γ مقدار واقعی باند بالا و $\hat{\gamma}$ تخمین آن است [۳۰]. آنگاه با مشتق گرفتن از (۲۰) و جایگذاری از (۱۷) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s(t)^T \dot{s}(t) + \frac{1}{k} \tilde{\gamma} \dot{\tilde{\gamma}} \\ &= s(t)^T (C\{Ax(t) + Bu(t) + E(t)\} - C\dot{x}_{des} + \lambda C|e(t)|^\beta \cdot \text{sign}(e(t))) + \frac{1}{k} \tilde{\gamma} \dot{\tilde{\gamma}} \end{aligned} \quad (21)$$

در ادامه با توجه به اینکه $\dot{\tilde{\gamma}} = \dot{\hat{\gamma}}$ است، با جایگذاری کنترل کننده طراحی شده در (۱۸) و قانون تطبیقی (۱۹) در (۲۱) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s^T(-\mu s - \eta \text{sgn}(s) - \rho \hat{\gamma} \text{sign}(s) + CE(t)) + \rho(\hat{\gamma} - \gamma) \|s\| \\ &= -\mu \|s\|^2 - \eta \|s\| - \rho \hat{\gamma} \|s\| + s^T CE(t) + \rho \hat{\gamma} \|s\| - \rho \gamma \|s\| \\ &= -\mu \|s\|^2 - \eta \|s\| + s^T CE(t) - \rho \gamma \|s\| \end{aligned} \quad (22)$$

از طرفی با اعمال رابطه (۸) در فرض ۱ می توان نوشت:

$$s^T CE(t) \leq \|s\| \|C\| \|E(t)\| \leq \|s\| \|C\| \gamma \quad (23)$$

با ترکیب (۲۲) و (۲۳)، کران بالای مشتق تابع لیاپانف عبارت است از:

$$\dot{V} \leq -\mu \|s\|^2 - \eta \|s\| + \|s\| \|C\| \gamma - \rho \gamma \|s\| = -\mu \|s\|^2 - \eta \|s\| + (\|C\| - \rho) \gamma \|s\| < 0 \quad (24)$$

در نتیجه با شرط $\|C\| > \rho$ و $\mu > 0$ مشتق تابع لیاپانف منفی می شود. حال چون تابع لیاپانف مثبت معین بوده و مشتق زمانی آن منفی معین شده است، می توان نتیجه گرفت که با توجه به قضیه پایداری لیاپانف، مقدار صفحه لغزشی $S(t)$ به صفر میل می کند. با صفر شدن $S(t)$ ، طبق روابط (۱۳) و (۱۱) در لم ۲ می توان نتیجه گرفت که $e(t) = 0$ و در نتیجه در زمان محدود مشخص شده در لم ۲ همگرایی $X \rightarrow X_{des}$ بدست می آید که نام آن را T_e می نامیم. حال باید نشان دهیم که با استفاده از قانون کنترل (۱۸)-(۱۹)، سیستم در یک زمان محدود T_s به صفحه لغزشی می رسد (زمانی که در آن با حرکت از شرایط اولیه، خود

صفحه لغزشی به صفر همگرا می شود و وارد مد لغزشی می شویم). بنابراین می توان نتیجه گرفت کل خطا در زمان محدود T_{final} به صفر همگرا می شود. به این منظور تابع لیاپانف جدید زیر را در نظر بگیرید:

$$V_s = \frac{1}{2} s^T s \quad (25)$$

با مشتق گرفتن از (۱۶) و جایگذاری از (۱۷) و سپس (۱۸)، (۲۳) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_s &= s(t)^T \dot{s}(t) = s(t)^T (-\mu s - \eta \text{sign}(s) - \rho \hat{\gamma} \text{sign}(s) + CE) \\ &\leq -\mu \|s\|^2 - \eta \|s\| - \rho \hat{\gamma} \|s\| + \|s\| \|C\| \gamma \end{aligned} \quad (26)$$

حال با توجه به فرض $\rho > \|C\|$ که در بخش قبل در نظر گرفتیم، می توان (۲۶) را به صورت زیر نوشت:

$$\dot{V}_s \leq -\mu \|s\|^2 - \eta \|s\| - \rho \hat{\gamma} \|s\| + \rho \gamma \|s\| = -\mu \|s\|^2 - \eta \|s\| - \rho \|s\| \tilde{\gamma} \quad (27)$$

حال با توجه به قانون تطبیقی (۱۹) و این که مشتق تابع لیاپانف در رابطه (۲۰) منفی نیمه معین است می توان خطا را به صورت

$$|\tilde{\gamma}| \leq \bar{\gamma} \quad \text{محدود در نظر گرفت که در آن } \bar{\gamma} \text{ یک عدد مثبت حقیقی محدود است. بنابراین}$$

$$\dot{V}_s \leq -\mu \|s\|^2 - \eta \|s\| + \rho \|s\| \bar{\gamma} = -\mu \|s\|^2 - (\eta - \rho \bar{\gamma}) \|s\| \quad (28)$$

و با انتخاب $\eta \geq \rho \bar{\gamma}$ و تعریف $\rho_n = \eta - \rho \bar{\gamma}$ رابطه (۲۸) را به صورت زیر می نویسیم:

$$\dot{V}_s \leq -\mu \|s\|^2 - \rho_n \|s\| \quad (29)$$

با توجه به (۲۵) و جایگذاری $\|s\| = \sqrt{2V_s}$ در (۲۹) داریم:

$$\dot{V}_s \leq -\mu 2V_s - \rho_n \sqrt{2V_s} \quad (30)$$

در نتیجه با استفاده از لم ۱ و استفاده از (۳۰)، تابع لیاپانف تعریف شده در (۲۵) و در نتیجه صفحه لغزشی S در زمان محدود زیر به صفر همگرا می شود:

$$T_s \leq (\mu)^{-1} \ln(1 + \sqrt{2}\mu(\rho_n)^{-1}V_0^{\frac{1}{2}}) \quad (31)$$

و در نهایت صفر شدن خطا و همگرایی $X \rightarrow X_{des}$ در زمان محدود $T_{final} = T_s + T_e$ بدست می آید.

۳-۳- بهبود ناپیوستگی در کنترل کننده

وجود تابع $\text{sign}(s)$ علامت در قانون کنترل، باعث بروز پدیده‌ای به نام وز وز^۱ می‌شود. این پدیده منجر به نوسانات با فرکانس بالا در مقدار ورودی سیستم می‌شود که به اجزای مکانیکی موتور آسیب می‌رساند. برای مقابله با پدیده وز وز، می‌بایست مقدار دارای تابع علامت در u را در قانون کنترل به گونه‌ای تغییر داد که ناپیوسته نباشد. در مقابله با این مشکل، پیشنهاداتی نظیر استفاده از تابع $\tanh(s)$ و یا تابع اشباع یعنی $\text{sat}(s)$ مطرح شده است [۲۸-۳۰]. این راه حل‌ها اگر چه وز وز را کاهش می‌دهند، اما بدلیل تغییر ماهیت کنترل کننده، از کارایی آن کم می‌کنند. در این مقاله روشی جدید برای مقابله با آن پیشنهاد می‌گردد. با توجه به اینکه این ناپیوستگی، در زمان همگرایی s به صفر و در نزدیک صفر رخ می‌دهد، بهترین انتخاب برای جلوگیری از ناپیوستگی و نا همواری در u ، اضافه کردن یک بخش به آن است. در واقع بخش های $\rho \text{sign}(s)$ را که در قوانین کنترل و نیز قوانین تطبیقی دیده می‌شوند را به صورت زیر تقریب پیوسته می‌زنیم:

$$u = \rho \text{sign}(s) \cong \frac{\rho^2 s}{\rho \|s\| + \sigma(t)} \quad (32)$$

$\sigma(t)$ در [۳۰] یک تابع مثبت است بطوری که $\int_0^\infty \sigma(t) dt < \infty$ باشد (یعنی با گذشت زمان به صفر میل کند). با تقریب پیوسته تابع علامت در قانون کنترل به صورت (۳۲) مشکل ناپیوستگی در قانون کنترل حل خواهد شد. انتخاب این تابع دلخواه است و مثلاً یکی از گزینه‌ها می‌تواند به صورت زیر باشد:

$$\sigma(t) = \frac{1}{1+t^n} \quad n \geq 2 \quad (33)$$

دقت کنید که با صفر شدن $\sigma(t)$ ، مقدار u در (۳۲)، مشابه حالت قبل $\rho \frac{s}{\|s\|}$ خواهد شد [31-32].

تصویر ۱: با توجه به قانون کنترل (۱۸) تنها محدودیت روش پیشنهادی بالا این است که ماتریس CB باید معکوس پذیر باشد. در واقع این روش برای هر سیستم غیرخطی که حول نقطه کار یک مدل خطی پایداری پذیر داشته باشد و شرط $\det(CB) \neq 0$ را برآورده نماید، قابل است.

۴- شبیه سازی عددی

در این بخش نتایج پیاده سازی قانون کنترل طراحی شده در پایدار سازی و همگرایی زمان محدود سرعت موتور و جریان‌ها به مقدار دلخواه بررسی شده است. علاوه بر این برای درک بهتر ویژگی‌های قانون کنترل طراحی شده و برتری‌های آن نسبت با کارهای گذشته، شبیه سازی‌ها با مقاله [۳۲] مقایسه شده است. پارامترهای سیستم مطابق جدول (۱) انتخاب شده است.

¹ chattering

جدول ۱. پارامترهای موتور BLDC مورد استفاده در شبیه سازی [۳۱]

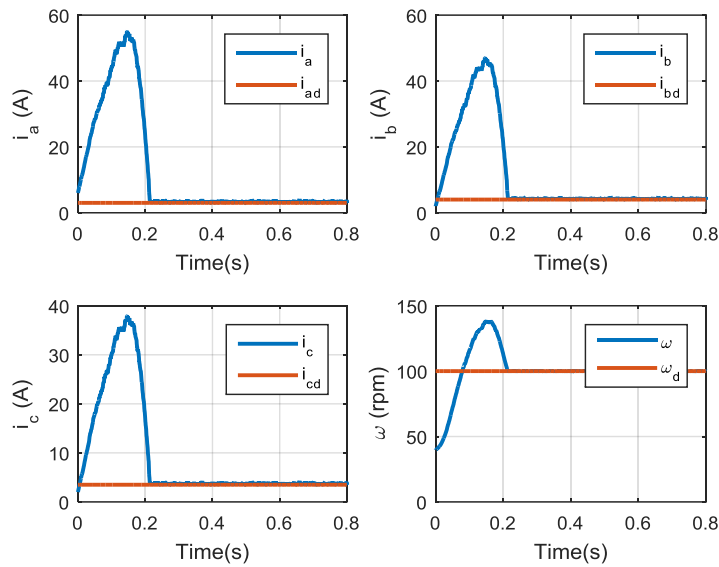
مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر
$P_n = 1.5$ [kW]	توان نامی	$\omega_n = 1000$ [rpm]	سرعت نامی
$L_s = 0.8$ [mH]	اندوکتانس خودی	$M = 0.1$ [mH]	اندوکتانس متقابل
$R = 0.2$ [Ω]	مقاومت فاز	0.15 [V/(rad/sec)]	ثابت ولتاژ (K_e)
$Z = 12$	تعداد قطبها	$V_{dc} = 250$ [V]	ولتاژ لینک dc
$J = 0.015$ [N.m/s ²]	ممان اینرسی	$T_l = 15$ [N.m]	گشتاور بار نامی

مقادیر عدم قطعیت به صورت اضافه شدن یک ضریب با مقدار تصادفی به درایه های ماتریس ها به صورت $A = (1 + 0.01rand)A_n$ در نظر گرفته شده است که در آن rand بیانگر یک عدد تصادفی بین صفر و یک است. به منظور شبیه سازی، پارامترهای کنترل کننده ها با توجه به قضیه (۱)، به صورت $k = 7$ ، $\rho = 5$ و $\mu = 0.3$ انتخاب شده اند. در نهایت نیز مقادیر جریان های مطلوب خروجی عبارت اند از: $i_{a des} = 3 A$ ، $i_{b des} = 4 A$ و $i_{c des} = 3.5 A$ و سرعت مطلوب موتور BLDC نیز به صورت $\omega_{des} = 100$ rpm انتخاب شده اند. درایه های بردار اغتشاش نیز به صورت زیر فرض شده اند.

$d_1 = 0.01 \sin(0.089t)$
$d_2 = 0.02 \sin(0.05t)$
$d_3 = 0.03 \sin(0.07t)$
$d_4 = 0.025 \sin(0.09t)$
$d_5 = 0.015 \sin(0.08t)$

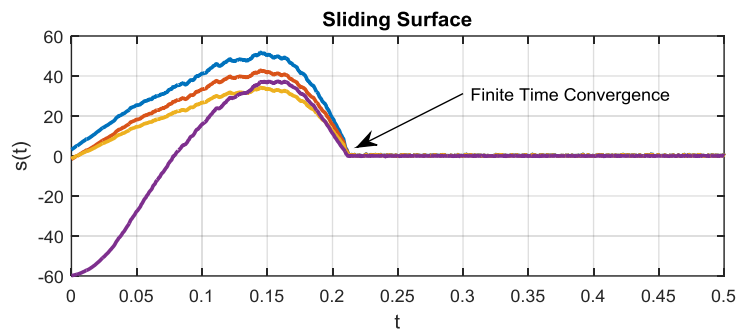
با شبیه سازی در نرم افزار MATLAB\Simulink نتایج در شکل های (۲) تا (۴) نشان داده شده است.

در شکل (۲) به روشنی مشخص است که سرعت خروجی موتور BLDC و سایر خروجی ها یعنی جریان های خروجی، به مقادیر مطلوب تعیین شده در زمان محدود همگرا می شوند. مقادیر جریان ها به ترتیب به ۳، ۴ و ۵ آمپر و سرعت موتور نیز به ۱۰۰ دور در دقیقه همگرا شده است.

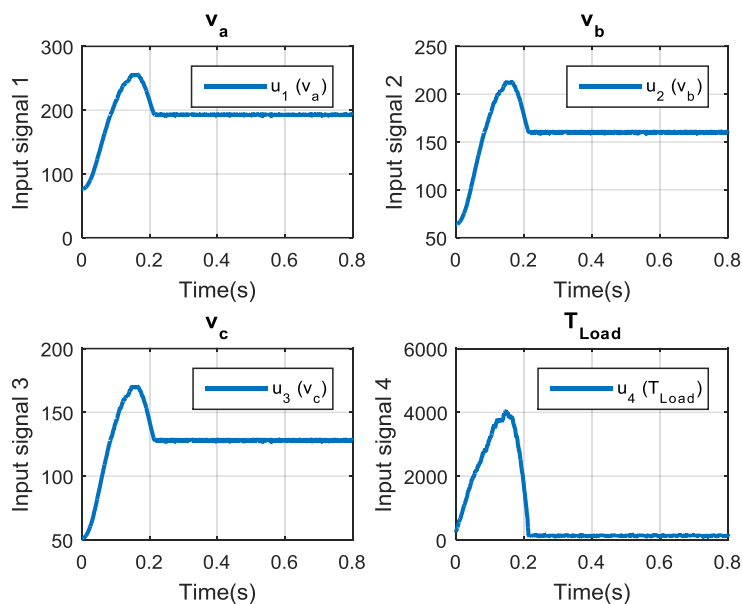


شکل ۲. همگرایی سرعت و جریان های موتور BLDC به مقادیر مطلوب در زمان محدود

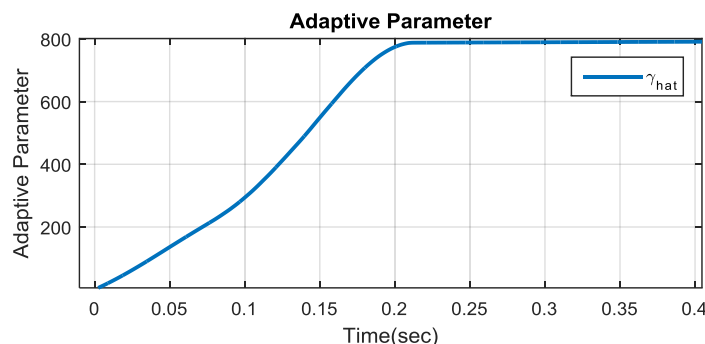
سطوح لغزش در شکل (۳) به روشنی همگرایی زمان محدود صفحات لغزشی را به صفر مطابق انتظار نشان می دهند. شکل (۴) ورودی های کنترلی یعنی ولتاژهای اعمالی به موتور را نشان می دهد. این ورودی ها بعد از همگرایی خروجی های موتور BLDC به مقادیر مطلوب، به مقدارهای ثابت و محدود همگرا می شوند. در شکل (۵) پارامتر قانون تطبیق رسم شده است. از این شکل به روشنی در می یابیم که مطابق با انتظار، قوانین تطبیق پایدار شده و پارامتر b که در واقع تخمینی از باند بالای اغتشاشات اعمالی به سیستم است، به مقداری محدود، همگرا شده است.



شکل ۳. همگرایی زمان محدود سطوح لغزشی در کنترل مد لغزشی



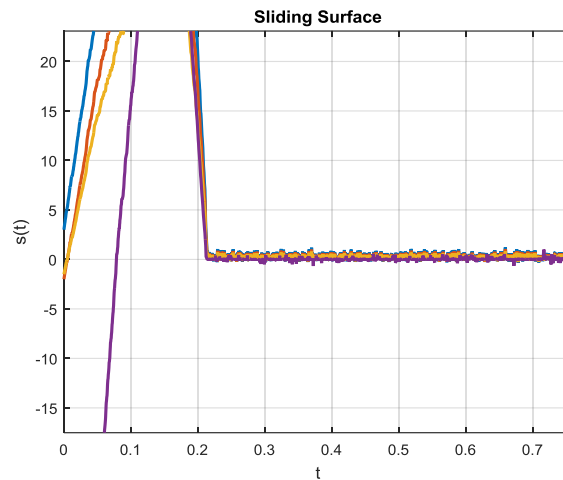
شکل ۴. ورودی های کنترلی یعنی ولتاژ های ورودی موتور و گشتاور بار



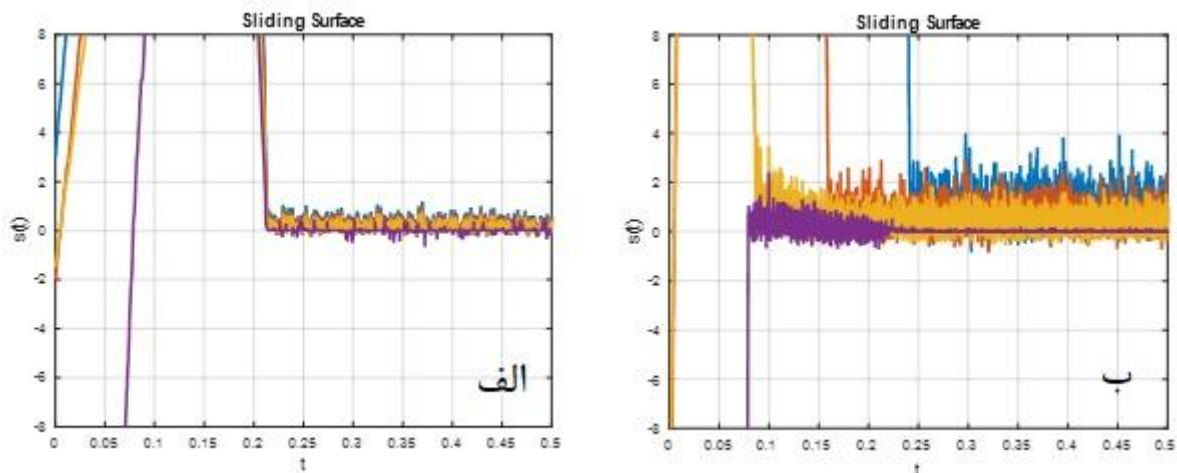
شکل ۵. پارامتر تطبیق و همگرایی به مقدار محدود

در مجموع، نتایج شبیه سازی نشان می دهد که قانون کنترل مد لغزشی مقاوم تطبیقی پیشنهاد شده در همگرایی خروجی های موتور BLDC شامل جریان ها و سرعت موتور به عنوان خروجی های سیستم، در حضور اغتشاش و عدم قطعیت، به خوبی عمل کرده است. لازم به ذکر است که کران بالای مجموع عدم قطعیت ها و اغتشاش ها نامعلوم فرض شده و نتایج شبیه سازی نشان می دهد که این پارامترها به طور مطلوبی تخمین زده شده اند و مقادیر ولتاژ و ورودی و صفحات لغزشی نیز به ترتیب محدود و به صفر همگرا شده اند. بعلاوه، ایده کاهش وز و نیز به خوبی مقادیر وز و نوسان های ناخواسته را در سیستم از بین برده است. طراحی با در نظر گرفتن محدودیت ورودی تحت عنوان ورودی محدود یا ورودی اشباع، خود به تنهایی یک صورت مساله جدید است که می توان آن را به عنوان یکی از پیشنهادات برای ادامه کار در نظر گرفت. با این وجود همان گونه که صفر شدن صفحات لغزشی و محدودیت پارامترهای تطبیقی نشان می دهد، سیگنال ورودی محدود خواهد ماند. این مورد را می توان با اضافه کردن رسم سیگنال ورودی نشان داد. بنابراین این سیگنال محدود بوده و قابلیت اعمال به یک موتور BLDC را در عمل دارد. بزرگ نمایی شکل (۳) در شکل (۶) رسم شده است که پدیده وز و وز را نشان می دهد. اما، باید توجه کرد که هیچ گاه نمی توان به طور کامل وز و وز را

از بین برد و روش بیان شده در این مقاله تنها برای کاهش مقدار دامنه آن می باشد. به منظور بررسی عملکرد روش بهبود وز وز، نتایج در دو حالت با ایده کاهش وز وز و بدون استفاده از ایده کاهش وز وز در شکل (۷) رسم شده است.



شکل ۶. بزرگنمایی صفحات لغزشی و وجود وز وز

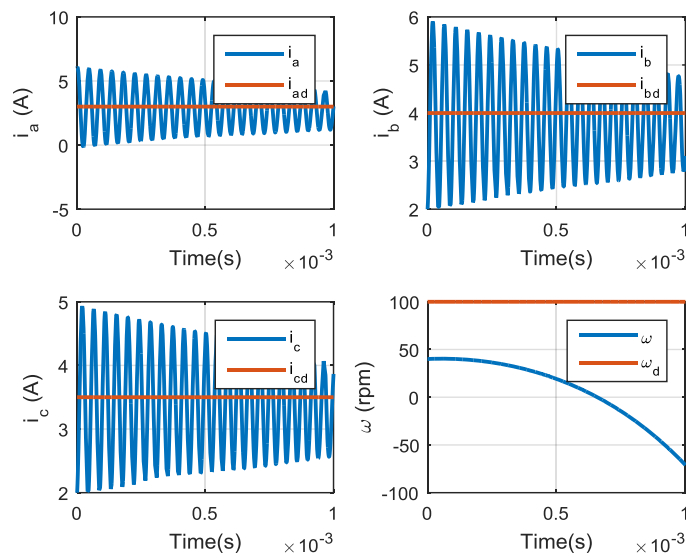


شکل ۷. بزرگنمایی صفحات لغزشی در دو حالت الف: استفاده از ایده کاهش وز وز و ب: بدون استفاده از ایده کاهش وز وز

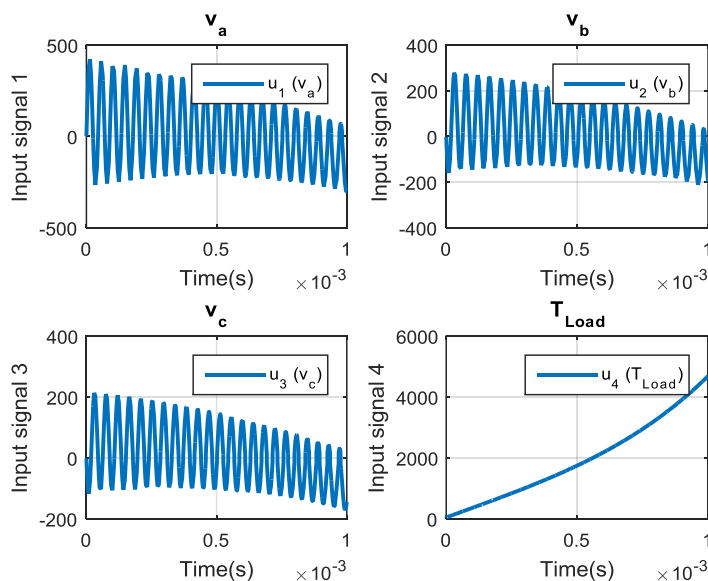
همان گونه که از شکل (۷) معلوم است، در حالت استفاده از ایده کاهش وز وز تحت عنوان بهبود ناپیوستگی در قانون کنترل مد لغزشی، دامنه نوسانها به صورت قابل ملاحظه ای در مقایسه با قانون کنترل مد لغزشی بدون اعمال این ایده کاهش پیدا کرده است.

توجه داشته باشید که در قانون کنترل مد لغزشی مقاوم-تطبیقی ارائه شده در [۳۲]، اطلاع از مقدار پارامتر b بعنوان باند بالای عدم قطعیت و پارامتر $\hat{\gamma}$ بعنوان کران بالای اغتشاشات ضروری است، در حالی که این کرانها در عمل در بسیاری از مواقع در دسترس نیستند. این مشکل در روش پیشنهادی ما بر طرف شده است، در واقع این کرانها توسط قانون تطبیقی تخمین زده می شود. به این ترتیب برتری قانون کنترل مد لغزشی مقاوم-تطبیقی طراحی شده در این مقاله نسبت به قانون کنترل مقاوم-تطبیقی طراحی شده در [۳۲] را می توان در عدم وابستگی کنترل کننده به اطلاع از کران بالای عدم قطعیت و کران بالای اغتشاش دانست. نتیجه اعمال

قانون کنترل مد لغزشی مقاوم-تطبیقی در مقاله [۳۲] در شکل های (۸) و (۹) ارائه شده است. همانطور که دیده می شود پاسخ بسیار نوسانی با سرعت همگرایی پایین و نامطلوب است.



شکل ۸. همگرایی سرعت و جریان های موتور BLDC به مقادیر مطلوب با استفاده از روش بیان شده در [۳۲]



شکل ۹. ورودی های کنترلی یعنی ولتاژ های ورودی موتور و گشتاور بار با استفاده از روش بیان شده در [۳۲]

۵- نتیجه گیری

در طراحی کنترل کننده برای موتورهای BLDC فرض می شود که دامنه اغتشاش های خارجی و عدم قطعیت ها معلوم است. این فرض در عمل برقرار نیست و می تواند پیاده سازی عملی کنترل کننده های طراحی شده با این فرض را دچار مشکل نماید. از طرفی می دانیم که کنترل مد لغزشی یک روش بسیار قدرتمند است که برای کنترل سیستم های غیر خطی آغشته به نویز و اغتشاش قابل

استفاده است. در این مقاله برای کنترل موتور جریان مستقیم بدون جاروبک، یک کنترل کننده مد لغزشی مقاوم-تطبیقی جدید ارائه شد که دو برجستگی مهم نسبت به کارهای مشابه در این زمینه دارد: (۱) طراحی با فرض عدم اطلاع از دامنه اغتشاش خارجی و عدم قطعیت ها انجام شده است. در واقع از یک قانون تطبیقی برای تخمین کران بالای عدم قطعیت ها و اغتشاش ها استفاده شده است. (۲) علاوه بر پایدار سازی سیستم، همگرایی خروجی ها به مقادیر مطلوب در یک زمان محدود تضمین شده است که بسیار قابل توجه است. همچنین ایده ای برای کاهش پدیده وز وز در کنترل کننده مد لغزشی پیشنهاد شده است. صحت عملکرد این کنترل کننده بر روی موتور جریان مستقیم بدون جاروبک بررسی و تایید شده است. در پایان لازم است به این نکته تاکید شود که روش پیشنهادی در این مقاله بسیار کلی بوده و قادر است برای عموم سیستم های غیرخطی مورد استفاده قرار گیرد مشروط بر این که مدل خطی حول نقطه کار پایداری پذیر بوده و ماتریس CB معکوس پذیر باشد.

مراجع

- [1] H. Komurcugil, S. Biricik, S. Bayhan, and Z. Zhang, "Sliding Mode Control: Overview of Its Applications in Power Converters", *IEEE Industrial Electronics Magazine*, 15(1), 40-49, 2021.
- [2] H. Ibrahim, F. Hassan, O. Anas and D. Shomer. Optimal PID control of a brushless DC motor using PSO and BF techniques. *Ain Shams Engineering Journal* 5 (2) 391–398, 2014.
- [3] K. Premkumar, B. Manikandan. Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System based Speed Controller for Brushless DC Motor. *Neurocomputing* 25 (21) 260- 270, 2014.
- [4] Premkumar. K, Manikandan. B. Fuzzy PID supervised online ANFIS based speed controller for brushless dc motor. *Neurocomputing* 157 (5) 76–90, 2015.
- [5] B. N. Kommula, V. R. Kota, "Direct instantaneous torque control of Brushless DC motor using firefly Algorithm based fractional order PID controller", *Journal of King Saud University – Engineering Sciences*, 32, pp. 133-140, 2020.
- [6] غلامرضا لاله زار، امیر موحدی، طراحی درایو موتور بدون سنسور BLDC با استفاده از روش کنترل مستقیم گشتاور، روشهای هوشمند در صنعت برق - سال چهارم - شماره پانزدهم - پاییز ۱۳۹۲.
- [7] S. Mozaffari Niapour, M. Tabarraie and M. Feyzi. A new robust speed-sensorless control strategy for high-performance brushless DC motor drives with reduced torque ripple. *Control Engineering Practice*, 24 (2) 42-54, 2014.
- [8] N. Thi-Thuy Vu, D. Young Yu, H. Ho Choi and J. Woo Jung, T-S Fuzzy-Model-Based Sliding-Mode Control for Surface-Mounted Permanent-Magnet Synchronous Motors Considering Uncertainties, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 60 (10), pp. 4281- 4291, 2013.
- [9] K. Orman, K. Can, A. Başçıl, A. Derdiyok, "A. Real-Time Speed Control of BLDC Motor Based On Fractional Sliding Mode Controller" *International Journal of Applied Mathematics Electronics and Computers*. 2016, 314-8.
- [10] G. Munoz-Gomez, A. Y. Alanis, J. Rivera, "Nested High Order Sliding Mode Controller Applied to a Brushless Direct Current Motor", *IFAC-PapersOnLine*, 51 (13), 174-179, 2018.
- [11] S. Bala Murali., P. Mallikarjuna Rao, Adaptive Sliding Mode Control of BLDC motor using Cuckoo Search algorithm, *Proceedings of the Second International Conference on Inventive Systems and Control*, pp. 989-993, 2018.

- [12] G. Venu, S. Tara Kalyani, Design of Fractional Order based Super Twisting Algorithm for BLDC motor, 3rd International Conference on Trends in Electronics and Informatics (ICOEI), Tirunelveli, India, India, 10 October 2019.
- [13] H. K. Hoai, et al, Simulation and Implementation of a Sliding Mode Control for a Brushless DC Motor with RBFNN and Disturbance Observer, International Automatic Control Conference (CACCS), Keelung, Taiwan, Taiwan, 13-16 Nov. 2019.
- [14] O. S. Hernandez, et al, Sensorless Field Oriented Control of BLDC motor based on Sliding Mode Observer, International Conference on Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering (ICMEAE), Cuernavaca, Mexico, Mexico, 26-29 Nov. 2019.
- [15] I. N. Syamsiana et al, A Study of Sliding Mode Observer Sensorless of Brushless Motor using Embedded Coder Matlab/Simulink, International Conference on Electrical, Electronics and Information Engineering (ICEEIE), Denpasar, Bali, Indonesia, Indonesia, 06 February 2020.
- [16] R. Dhanasekar, S. Ganesh Kumar, M. Rivera, Improved Speed Control of BLDC Motor using Luo converter By Sliding Mode Control, IEEE CHILEAN Conference on Electrical, Electronics Engineering, Information and Communication Technologies (CHILECON), Valparaiso, Chile, Chile, 10 February 2020.
- [17] M. F. Fahmi, A. S. Rohman et al, Sliding Mode Position Control of BLDC Motor with Nonlinear Load Torque in a Locomotive Simulator Platform , 2nd International Conference of Intelligent Robotic and Control Engineering (IRCE), Singapore, Singapore, Singapore, 04 June 2020.
- [18] X. Chi, Sh. Quan, et al, Proton exchange membrane fuel cell-powered bidirectional DC motor control based on adaptive sliding-mode technique with neural network estimation, International Journal of Hydrogen Energy, 45(39), pp. 20282-20292, 2020.
- [19] K. Guo, M. Yang , X. Li , P. Shi, and P. Wang “Research on a New Adaptive Integral Sliding Mode Controller Based on a Small BLDC” IEEE Access, vol. 10, pp. 73204-73214, 2022.
- [20] Q. D. Nguyen, H. P. Nguyen, D. N. VO, X. B. Nguyen, S. Ueno, S.-C. Huang, and V. N. Giap, “Robust Sliding Mode Control-Based a Novel Super-Twisting Disturbance Observer and Fixed-Time State Observer for Slotless-Self Bearing Motor System” IEEE Access, vol. 10, pp. 73980-73994, 2022.
- [21] S. G. Malla, P. Malla, J. M. R. Malla, R. Singla, P. Choudekar, R. Koilada, and M. K. Sahu, “Whale Optimization Algorithm for PV Based Water Pumping System Driven by BLDC Motor Using Sliding Mode Controller” IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 10 (4), 2022.
- [22] Y-P. Yang, Y-Y. Ting, improved angular displacement estimation based on hall-effect sensors for driving a brushless permanent-magnet motor, IEEE Trans. on Ind. Electron., vol. 61(1), pp. 504-511, 2014.
- [23] Y. Anagreh, M. B. Fayyad, A. Anagreh, “Particle swarm optimization based high performance four switch BLDC motor drive” International Journal of Power Electronics and Drive Systems, 13 (2), pp. 825-834, 2022.
- [24] D.E. Kirk “Optimal Control Theory”, Dover Publications, INC. Mineola, New York, 2004.
- [25] Chen WH, Yang J, Guo L, Li S. Disturbance-observer-based control and related methods—An overview. IEEE Transactions on industrial electronics, 63(2), 1083-1095, 2016.
- [26] Zhong QC, Kuperman A, Stobart RK. Design of UDE- based controllers from their two- degree-of- freedom nature, International Journal of Robust and Nonlinear Control, 21(17), 1994-2008, 2011.

- [27] M. Das, C. Mahanta, "Optimal second order sliding mode control for linear uncertain systems", ISA transactions, 53(6):1807-1815, 2014.
- [28] J. Slotine, Sliding controller design for non-linear systems. International Journal of control, 40(2): p. 421-434, 1984.
- [29] J. Slotine, and W. Li, Applied nonlinear control. 199.: Prentice-hall Englewood Cliffs, NJ, 1991.
- [30] Soorki MN, Tavazoei MS. Adaptive robust control of fractional-order swarm systems in the presence of model uncertainties and external disturbances. IET Control Theory & Applications, 12(7), 961-969, 2018.
- [31] C.D. Brown, B. Sarlioglu, Reducing Switching Losses in BLDC Motor Drives by Reducing Body Diode Conduction of MOSFETs, IEEE Trans. Ind. Appl., vol.51, no.2, pp.1864,1871, March-April 2015
- [32] Y. Mai, Y. Song, Y. Fu, et al, Frequency and Voltage Coordinated Control for Isolated Wind-diesel Power System Based on Adaptive Sliding Mode and Disturbance Observer, IEEE Transactions on Sustainable Energy, 20 (3), pp. 1-8, 2018.